

Lektion 1: Konstruktioner: flaskhalsprincipen

En flaskhals är den delen av en konstruktion där man har den minsta friheten. Genom att starta från en flaskhals kan man snabbare komma till en motsägelse eller bygga en större del av en konstruktion när det är möjligt.

1. Är det möjligt att dela en kvadrat i likbenta trianglar med vinkeln 80° mellan lika stora sidor?
2. Under en danslektion parades 10 pojkar med 10 flickor på så sätt att pojken blev längre än flickan i vartenda par. Sedan paras pojkarna med flickorna på ett annat sätt. Kan det hända att nu är flickan längre än pojken
 - a) i vartenda par;
 - b) i alla par utom ett?
3. Ett schackbräde delas i rektanglar som består av två rutor var. Visa att det finns två intilliggande rektanglar som bildar en kvadrat av 4 rutor.
4.
 - a) Är det möjligt att ordna heltalen 1 till 99 i en rad på så sätt att skillnaden mellan vilka som helst två intilliggande tal blir minst 50?
 - b) Samma fråga för heltalen 1 till 100?
5.
 - a) Dela ett rutnät 4×9 i ett antal delar som kan läggas ihop i en kvadrat 6×6 . Ju färre delar desto bättre.
 - b) Är det sant att vilken som helst rektangel kan man dela i 1000 delar som kan läggas ihop i en kvadrat?
6. Ett antal passagerare hoppade in i en obemannad vagn. Där fanns en gammaldags automat som kan ta emot pengar och sälja biljetter 10 kr styck för hela summan (ingen växel). Tyvärr, ingen av passagerarna hade mynt. Dock lyckades de alla köpa varsin biljett och få växel av varandra. Bestäm alla värden på antalet passagerare då detta var möjligt.
7. Två spelare turas om att göra drag på ett oändligt rutnät. Under ett drag ska man välja en omålad länk (en sida av en ruta) och måla den i vilken som helst färg (det finns oändligt många färger). Den förste vinner om en sluten linje förekommer där alla länkar är målade olika. Kan den andre förhindra detta?
8. Kan man fylla i en tabell av format 10×10 med heltalen 1 till 100 på så sätt att i vilken som helst par rutor med en gemensam sida eller ett gemensamt hörn summan av talen blir ej jämnt delbart
 - a) med 3; b) med 4?
9. Är det möjligt att dela någon rektangel
 - a) i liksidiga trianglar med vinkeln 30° mellan lika stora sidor?
 - b) i likformiga liksidiga dock ej rätvinkliga trianglar?

Ofta finns det fler val bland möjliga konstruktioner vid varje steg. Har man "för mycket av frihet", skulle man ha en kompass, annars finns det risk att gå vilse och hamna i återvändsgränd. I sådana situationer fungerar en empirisk regel "rensa bakgator": välj ett steg som minskar val av det nästa steget.
10.
 - a) Gör en rond med en springare (en häst) på ett schackbräde. Varje ruta ska trampas på exakt en gång.
 - b) Samma uppdrag plus ett drag till som placerar springaren på startrutan.