

Покрытия

Треугольник квадратом

Петя разрезал на две части квадрат со стороной 2 дм. Докажите, что он не сможет накрыть ими равносторонний треугольник со стороной 3 дм.

Кроем уголками

- а) На клетчатой доске 3×3 Петя отмечает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки неперекрывающимися и не выходящими за границу квадрата уголками из трёх клеток (уголки разрешается класть только «по клеточкам»). Какое наименьшее число клеток должен отметить Петя, чтобы Вася не смог выиграть? На клетчатой доске Петя отмечает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки непересекающимися и не выходящими за границу квадрата уголками из трёх клеток. Какое наименьшее число клеток должен отметить Петя, чтобы Вася не выиграл?
- б) То же для доски 4×4 .
- в) То же для доски 5×5 .

Единичные отрезки

На плоскости нарисовано множество единичных отрезков, каждые два имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть

- а) кругом радиуса 2;
б) квадратом со стороной 2;
в) кругом радиуса 1,5;
г) кругом радиуса 1.

Единичным кругом

- а) Треугольник можно накрыть кругом радиуса 1. Докажите, что этот треугольник можно накрыть квадратом со стороной 2.
- б) Четырёхугольник можно накрыть квадратом площади 2. Докажите, что этот четырёхугольник можно накрыть кругом радиуса 1.

Накрыть остальными

Параллелограмм разрезан на

- а) треугольники;
б) выпуклые многоугольники.

Докажите, что хотя бы один из них можно накрыть всеми остальными вместе.

Накрыть треугольником и кругом

Треугольником P можно накрыть треугольник Q . Докажите, что вписанным кругом треугольника P можно накрыть вписанный круг треугольника Q .

Равными поровну

На плоскости отмечены 300 точек. Докажите, что их можно накрыть тремя равными неперекрывающимися треугольниками так, чтобы внутри каждого попало ровно по 100 точек.

Накрыть кругами

Треугольник можно накрыть кругом радиуса 2. Докажите, что этот треугольник можно накрыть

- а) четырьмя кругами радиуса 1;
- б) тремя кругами радиуса 1.

Две накрывают одну

Докажите, что любой треугольник можно разрезать на три меньших треугольника так, чтобы каждую из получившихся частей можно было покрыть двумя другими.

Покрыть симметричным

Верно ли, что любой треугольник площади 3 можно покрыть выпуклым осесимметричным многоугольником площади 5?

4 треугольника

- а) Разрежьте равнобедренный прямоугольный треугольник на четыре треугольника так, чтобы три из них были равны между собой, и любым из этих трёх можно было накрыть не равный им четвёртый.
- б) В равнобедренном треугольнике основание больше боковой стороны. Докажите, что треугольник можно разрезать на 4 меньших треугольника, ровно три из которых равны, и каждым из них можно накрыть четвёртый.

Почти накрыть

Квадратом можно накрыть любой прямоугольник, вписанный в окружность S . Верно ли, что этим квадратом можно накрыть S ?

Завернуть в скатерть

Плоскую жёсткую прямоугольную картину накрыли треугольной скатертью. Докажите, что можно, не разрезая скатерть, обернуть ею картину с двух сторон.

Накрыть квадратик

Единичный квадрат разрезан на n треугольников. Докажите, что одним из треугольников можно накрыть квадрат со стороной $1/n$.