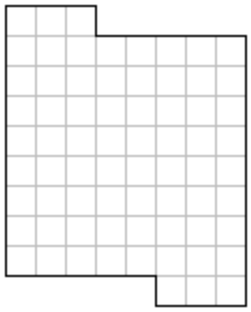
Узкие места

Кто нам мешает, тот нам поможет.



1. Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на
   а) прямоугольники 1×5;
   б) прямоугольники 1×7?
2. **а)** Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКИЕ и МЕСТА (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Пара цифр (не обязательно соседних) образует *беспорядок*, если левая цифра больше правой. Могло ли в исходных числах не быть беспорядков?
   б) То же, если получились слова УЗКОЕ и МЕСТО?
3. **а)** Можно ли целые числа от 1 до 9 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 5?
   б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 10?
4. В цирке 10 силачей вынесли на арену на руках по циркачке, каждая легче того, кто её нёс. Потом эти циркачки унесли с арены каждая по силачу. Могло ли случиться что
   а) каждая циркачка несла силача легче себя?
   б) 9 из этих циркачек несли силачей легче себя?
5. Квадрат 10×10 сложен из домино 1×2.
   а) Может ли в нем не быть квадратов 2×2, составленных из двух доминошек?
   б) Может ли в нем быть не более одного такого квадрата?

Зачётные задачи

УМ1. Можно ли разрезать квадрат на 3 меньших квадрата (не обязательно одинаковых)?

УМ2. а) Можно ли расставить 20 ладей на шахматной доске так, чтобы каждая била не менее трех других?

б*) Можно ли расставить 33 ладьи на шахматной доске и отметить 30 из них так, чтобы каждая отмеченная била не менее трех других?

(Ладьи бьют друг друга если они стоят в одном ряду и между ними нет других ладей)

УМ3. Можно ли разрезать какой-нибудь треугольник на два остроугольных треугольника?

УМ4. а) Можно ли распилить кубик 4x4x4 на единичные кубики, сделав не более 8 прямых распилов, если части разрешается перекладывать и пилить по несколько частей сразу?

б) Каково наименьшее возможное число распилов?

УМ5*. Петя взял 10 последовательных натуральных чисел, переставил их в другом порядке и записал друг за другом без пробелов; получилось многозначное число P. Вася взял 11 последовательных натуральных чисел, переставил их в другом порядке и записал их друг за другом без пробелов; получилось число V. Могло ли случиться, что $P = V$?

УМ6*. Можно ли из 200 доминошек составить клетчатую доску 20x20 так, чтобы каждая доминошка граничила с нечетным числом других доминошек? (Доминошки граничат, если у них есть общий участок границы ненулевой длины).