

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Вопросы для вспоминания и самопроверки

1. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100.
2. Почему верны признаки "Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2" и "Число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 5" и не верны аналогичные признаки для других однозначных чисел?
3. Почему верен признак "Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя его последними цифрами делится на 4"? Сформулируйте аналогичные признаки делимости для чисел 25 и 50. Что общего у этих чисел с числом 4?
4. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 8 и 125.
5. Сформулируйте признаки делимости на 3 и на 9. Почему всякое число вида $10\dots 0$ при делении на 9 дает в остатке 1? Верны ли аналогичные признаки для других однозначных чисел?
6. Какой остаток от деления на 9 дает число вида $A0\dots 0$? Докажите, что число и его сумма цифр дают при делении на 9 одинаковые остатки. Докажите, что это же верно при делении на 3.
7. Как проверить, делится ли число
 - а) на 6 б) на 12 в) на 15 г) на 18 д) на 30 е) на 45 ж) на 75 з) на 225?
8. Поставим перед каждой цифрой числа знаки плюс и минус по очереди начиная с плюса перед последней цифрой и идя справа налево. Назовем результат **знакопеременной суммой цифр** числа. Например, для числа 1999 это $-1+9-9+9=8$.
Докажите, что знакопеременная сумма цифр четырехзначного числа может принимать все целые значения от -18 до $+17$.
9. Докажите, что число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11. Какой остаток дает при делении на 11 число вида $10\dots 0$, если у него
 - а) четное;
 - б) нечетное число нулей?
10. Попробуйте сформулировать признаки делимости на 99 и 101.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Задачи

11. Из двузначного числа вычли число, получающееся из него же перестановкой цифр. Докажите, что результат делится на 9.
12. Из трехзначного числа вычли сумму его цифр. С полученным числом проделали то же самое и так далее, 120 раз. Докажите, что в конце концов получился нуль.
13. Шестиклассник Петя перемножил все числа от 1 до 2016. У полученного числа он посчитал сумму цифр, затем посчитал сумму цифр результата, и так далее, пока не получил число, состоящее из одной цифры. Какое?
14. Натуральное число возвели в квадрат. Может ли результат оканчиваться на 66?
15. Докажите, что число, записываемое 27 единицами, делится на 27.
16. В десятизначном числе все цифры встречаются по разу. Можно ли оно делиться на 11?
17. Решите ребусы
а) $AX \times AX = ШАХ$; б) $ЕЛ \times ЕЛ = **ЕЛ$.
18. В натуральном числе N переставили цифры и получили втрое меньшее число. Докажите, что N делится на 27.
19. а) Существует ли число с суммой цифр 30, которое оканчивается на 30 и делится на 30?
б) Существует ли число с суммой цифр 28, которое оканчивается на 28 и делится на 28?