

Кодировка

1. а) Компьютер выписывает всевозможные цепочки из восьми цифр – нулей и единиц: 00000000, 00000001, ..., 11011101, ..., 11111111. Каждая цепочка встретилась по разу. Сколько всего цепочек выписано?

б) Такие цепочки называются *двоичными кодами* длины 8. Вместо букв, цифр и знаков препинания компьютер хранит двоичные коды, причем разным символам соответствуют разные коды, а одинаковым – одинаковые. Какое наибольшее число разных символов можно закодировать двоичными кодами длины 8?

2. Код замка состоит из 4 цифр. Маша его забыла, но помнит, что цифры не повторялись. Сколько комбинаций её придется перебрать, чтобы наверняка открыть замок?

3. Слова АВТОР и ТОВАР – анаграммы (они состоят из одинаковых букв). А сколько всего анаграмм у слова АВТОР, если рассматривать всевозможные слова, даже бессмысленные?

Основные комбинаторные комбинации

В алфавите N букв. Будем с их помощью записывать слова и подсчитывать их количество.

(Слова с повторениями) Есть ровно N^k разных k -буквенных слов.

(Слова без повторений) Есть ровно $N(N-1)(N-2)\dots(N-k+1)$ разных k -буквенных слов, где все буквы различны. Это число обозначают ещё A_N^k (называя *размещениями из N по k*) или $N^{\underline{k}}$ (называя N в *убывающей степени k*).

(Перестановки) В слове k букв, все они различны. Всего есть $k(k-1)(k-2)\dots 2\cdot 1$ разных слов той же длины из тех же букв. Это число обозначают ещё $k!$ (читается *k факториал*).

Задачи на основные комбинации

4. а) У скольких пятизначных чисел все цифры нечетны?

б) У скольких пятизначных чисел все цифры нечетны и различны?

5. Для зачета надо рассадить 70 школьников в 4 аудитории (некоторые аудитории могут остаться пустыми). Директор просит создать таблицу, где в первой колонке будут фамилии учеников, а каждой из остальных колонок – один из вариантов рассадки. Сколько колонок должно быть в таблице, чтобы в ней поместились все возможные варианты рассадки?

6. Пароль состоит из 8 знаков, каждый знак может быть либо цифрой, либо буквой латинского алфавита (большой или малой). Цифры и буквы, большие и малые могут смешиваться в любом порядке. Сколько разных паролей бывает?

Кодировка. Тест

В каждой задаче достаточно ответа. Ответ менее 1000 должен быть числом. Ответ больше 1000 может быть коротким выражением.

К1. Сколькими способами можно расставить на нижней горизонтали шахматной доски одновременно коня, слона и ферзя?

К2. У скольких шестизначных чисел третья цифра равна **а)** последней; **б)** первой?

К3. Палиндромом называется число или слово, не меняющееся при записывании задом наперед (например БОБ, АННА, 1991).

а) Сколько семибуквенных палиндромов можно составить из русских букв?

б) А восьмибуквенных?

К4. Слово из 10 букв начинается с М, а каждая следующая буква либо совпадает с предыдущей, либо идет в алфавите вслед за предыдущей (например, МНННОППРСТ). Сколько всего таких слов?

К5. Стартовав из левой нижней клетки доски, король сделал 7 ходов.

Каждый ход был вправо, вверх или вправо-вверх по диагонали.

Найдите число возможных маршрутов.

Задачи потруднее

К6. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске восемь одинаковых ладей так, чтобы они не били друг друга?

К7. а) Сколько подмножеств во множестве из 100 элементов? **б)** А сколько подмножеств состоит из нечетного числа элементов?

К8. Сколько есть наборов из двух или более последовательных двузначных чисел?

К9. Сколькими способами можно расставить числа 1, 2, ..., 20 в строку так, чтобы каждое число, кроме единицы, было больше по крайней мере одного из своих соседей?

К10. В стране N городов, каждые два соединены дорогой. Злой колдун Гибдд хочет заколдовать все дороги, сделав их односторонними так, чтобы из каждого города либо нельзя было уйти, либо, уйдя, нельзя было в него вернуться. Сколькими способами он может это сделать?