

Длинные числа

С длинным числом легче справиться, если в нем повторяются одинаковые короткие части.

1. Назовем натуральное число *зеброй*, если в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Может ли сумма двух 100-значных зебр разной чётности быть стозначной зеброй?
2. Используя знаки арифметических действий (включая возведение в степень), скобки и цифры с общей суммой цифр не более 10, представьте следующие стозначные числа:
а) 33...3328; б) 166...67; в) 33...36667; г) 3636...36.
Удобнее работать с круглыми числами и теми, которые через них выражаются.
3. Стозначное число 33...3 возвели в квадрат. Найдите сумму цифр результата.
4. Представьте
а) 2016; б) стозначное число 20162016...2016
в виде произведения двух палиндромов. (*Палиндром* не меняется при записи задом наперёд).
Длину можно наращивать за счет несущественных частей.
5. Докажите, что есть стозначный палиндром, кратный 2^{12} .

Зачётные задачи

ДЧ1. Дима выписал числа 1, 2, 3, ..., 100 подряд без пробелов. Получилось многозначное число $D=1234...9899100$.

- а) Найдите сумму цифр числа D ;
- б) Найдите сумму цифр числа $2D$.

ДЧ2. Федя выписал числа 1, 2, 3, ..., N подряд без пробелов. Получилось многозначное число 1234...9101112.... Можно ли подобрать N таким, чтобы это число можно было разложить в произведение не менее чем 20 различных сомножителей?

ДЧ3. В записи 2016-значного натурального числа ровно 2016 цифр, причем центральные четыре цифры – 2, 0, 1, 6 (именно в таком порядке). Может ли это число быть точным квадратом?

ДЧ4. Можно ли стозначное число 20162016...2016 представить в виде произведения двух палиндромов, чьи длины отличаются не больше чем на 1?

ДЧ5. В записи точного квадрата больше миллиона цифр. Какое наименьшее количество этих цифр может быть чётными?

ДЧ6*. Докажите, что есть палиндром, кратный 6^{100} .

Сириус, 7А класс, 13 сентября 2017 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Sirius/1709/index.html>