

## Группируй и считай

Легко вычислить сумму многих слагаемых, когда все они одинаковы: сложение заменяется на умножение. А если слагаемые разные? Тогда можно попытаться разбить их на группы одинаковых.

1. В каждую клетку шахматной доски  $20 \times 20$  вписали число – сколько других клеток с нее бьет король. Найдите сумму всех записанных чисел.

А если слагаемые разные? Попробуйте разбить их на группы с одинаковыми суммами. Если это получится, то трудность подсчета перестанет зависеть от количество слагаемых. Надо только найти, сколько групп получилось.

2. Докажите формулу для суммы арифметической прогрессии:  $S = 0,5(a_1 + a_n)n$ .

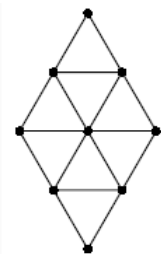
3. а) Найдите сумму  $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots + 97^2 - 99^2$ .

б) 7-й член арифметической прогрессии равен 77, 77-й равен 777, а всего в ней 100 членов. Чему равна сумма всех членов этой прогрессии?

4. Найдите сумму всех правильных несократимых дробей со знаменателем 121.

Бывает выгодно разбить слагаемые на две группы, и сосчитать каждую группу своим способом. Или добавить группу слагаемых, сосчитать, а потом от результата отнять добавленное.

5. а) Из 16 спичек можно сложить ромб со стороной в 2 спички, разбитый на треугольники со стороной в 1 спичку (см. рис). А сколько понадобится спичек, чтобы сложить такой ромб со стороной в 36 спичек?



б) Из спичек сложили клетчатую доску  $30 \times 30$ , разбитую на трёхклеточные уголки. Длина спички равна стороне клетки. Сколько спичек понадобилось?

## Зачётные задачи

ГС1. Найдите сумму  $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 + \dots - 97^2 - 98^2 - 99^2 + 100^2$ .

ГС2. Взяли две одинаковые колоды из 36 карт, каждую перетасовали и положили одну колоду на другую. Посчитали число карт, лежащих между каждой парой одинаковых карт: между дамами пик, между тройками червей и т.д. Чему равна сумма всех 36 найденных чисел?

ГС3. Из последовательности 2017, 2016, 2015, ..., 2, 1 вычеркнули все точные квадраты ( в частности, число  $1936 = 44^2$ ), а из оставшихся чисел, не меняя порядка, сделали знакочередующуюся сумму  $2017 - 2016 + 2015 - \dots$ . Найдите результат.

ГС4. На уже огороженном поле  $1 \text{ км} \times 1 \text{ км}$  были построены дополнительные заборы, разбившие его на прямоугольные участки  $5 \text{ м} \times 20 \text{ м}$  и  $6 \text{ м} \times 12 \text{ м}$ . Какова общая длина построенных заборов?

ГС5. Вычислив сумму  $1 + 2 + 3 + \dots + N$ , стёрли в ней три последние цифры.

Получилось число  $N$ . Найдите его.