

Точки и прямые

Аксиома 1. Через две точки проходит ровно одна прямая.

1. На плоскости отмечены 5 точек. Через каждые две точки провели прямую.

а) Какое наибольшее число различных прямых могло получиться?

б) А наименьшее?

2. а) На плоскости отмечены 4 точки. Через каждые две точки провели прямую. Сколько различных прямых могло получиться? (Найдите все возможные значения).

б) Тот же вопрос для 5 точек.

3. Следствие. Если две прямые пересекаются, но не совпадают, то они пересекаются ровно в одной точке.

4. На плоскости проведено 5 прямых так, что любые две из них пересекаются.

а) Какое наибольшее число точек пересечения могло получиться?

б) А наименьшее?

5. а) На плоскости проведено 4 прямых так, что любые две из них пересекаются. Сколько всего точек пересечения могло получиться? (Найдите все возможные значения).

б) Тот же вопрос для 5 таких прямых.

6. а) У замкнутой ломаной из 5 звеньев никакие два звена не лежат на одной прямой. Какое наибольшее число точек самопересечения может быть у этой ломаной?

б) То же для ломаной из 11 звеньев.

7. Набор отрезков *крутой*, если отметив все концы отрезков и все точки пересечения, мы обнаружим, что для каждой пары отмеченных точек есть отрезок набора, на котором обе они лежат. Отрезок, на котором лежит больше всего отмеченных точек, назовем *главным*.

Приведите пример крутого набора, где отмеченных точек не меньше 20, причем вне главного отрезка – не меньше 2.

8. На плоскости отмечен набор из 6 точек. Назовем прямую *честной*, если на ней и по обе стороны от неё лежит по 2 отмеченные точки.

Приведите пример набора, у которого число честных прямых равно

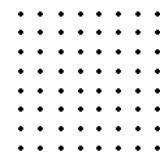
а) 3; б) 1; в) 5; г) 6.

Определение. Многоугольник – *выпуклый*, если все его углы меньше 180° . Примеры: треугольник, квадрат.

Теорема. Если прямая не содержит ни одну из сторон выпуклого многоугольника, то она пересекает его границу не более, чем в двух точках.

9. а) Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все точки на рисунке?

б) А если нельзя использовать вертикальные и горизонтальные прямые?



Зачётные задачи

ПТ1. Есть ли крутой набор, где вне главного отрезка лежит не менее 3 точек?

ПТ2. а) На плоскости отмечены 44 точки. Если выкинуть любую точку, то остальные можно зачеркнуть шестью прямыми. Докажите, что все точки можно зачеркнуть шестью прямыми.

б) То же для 42 точек.