

## КОМБИНАТОРИКА: ВКЛЮЧЕНИЕ-ИСКЛЮЧЕНИЕ

При сложении пересекающихся групп их пересечение может быть учтено дважды. Его надо вычесть. При сложении трех групп попарные пересечения надо вычесть, но пересечение всех трех потом добавить обратно. А что надо прибавлять и что вычитать при сложении 4-х групп?

1. а) Сколько четырёхзначных чисел не кратны 15?  
б) Сколько четырёхзначных чисел не взаимно просты с 15?  
в) Сколько четырёхзначных чисел взаимно просты со 105?
2. Дана полоска  $1 \times 10$ , поворачивать её нельзя. Сколькими способами клетки полоски можно покрасить в красный, жёлтый, синий и зелёный цвета так, чтобы все четыре цвета были использованы?
3. Клетчатую доску  $12 \times 12$  надо разрезать на две равные части по ломаной, составленной из диагоналей 12 клеток. Сколькими способами можно это сделать? (Способы, отличающиеся поворотом или отражением, считаются различными)
4. Сколько различных слагаемых останется, если раскрыть скобки и привести подобные в следующем выражении  $(1+x^2+x^4+\dots+x^{30})^2+(1+x^3+x^6+\dots+x^{30})^2$ ?
5. На клетчатой бумаге нарисованы невидимыми чернилами несколько прямоугольников. Стороны прямоугольников параллельны линиям сетки, но НЕ ИДУТ по ним. Центры всех прямоугольников совпадают и лежат в вершине  $O$  одной из клеток. За один вопрос можно про любую из вершин любой клетки узнать, у скольких невидимых прямоугольников эта вершина лежит внутри. Как за четыре вопроса можно узнать, сколько прямоугольников содержат ровно одну вершину клетки (а именно, вершину  $O$ )?
6. Куб с ребром длины 20 разбит на 8000 единичных кубиков, и в каждом кубике записано число. Известно, что в каждом столбике из 20 кубиков, параллельном ребру куба, сумма чисел равна 1 (рассматриваются столбики всех трех направлений). В некотором кубике записано число 10. Через этот кубик проходит три слоя  $1 \times 20 \times 20$ , параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев.

### Разной

**ВИ1.** У скольких пятизначных чисел нет трех одинаковых цифр подряд?

**ВИ2.** Выписано 10 чисел, не все из них целые. Выбираются всевозможные наборы из одного или нескольких чисел с целой суммой. Каково наибольшее возможное количество таких наборов?

**ВИ3.** За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Александр Васильевич, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подходивший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?