

## Ослабление условий

Лучше синица в руках, чем журавль в небе.

1. а) Придумайте три различных натуральных числа, чтобы каждое делилось на разность двух других, и все разности были различны;  
б) то же, но все числа больше 100;  
в) как в (б), но все разности меньше самого маленького из чисел.

2. Можно ли, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя линий дважды, нарисовать изображенную на рис. 1 фигуру, если пересекать уже нарисованные линии нельзя? (Касаться можно).

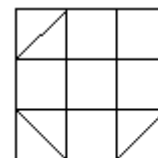


Рис. 1

3. Подставьте в знаменатели вместо звёздочек различные натуральные числа, чтобы равенства были верными:

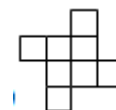
- а)  $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{1}{*} + \frac{1}{*}$ ;  
б)  $\frac{1}{*} + \frac{1}{*} + \frac{1}{*} + \frac{1}{*} = \frac{1}{*} + \frac{1}{*} + \frac{1}{*}$ .

4. а) Отметьте на плоскости 6 точек так, чтобы на расстоянии 1 от каждой находились ровно 3 отмеченные точки.

б) Расставьте на шахматной доске коней так, чтобы каждый бил ровно трех других.

в) А четырёх?

5. Многоугольником (см. рис. справа), перегибая его по границам клеток, можно обернуть квадрат  $2 \times 2$ , то есть покрыть все клетки квадрата в один слой с двух сторон.



а) Можно ли каким-нибудь многоугольником из 18 клеток с периметром 38 обернуть квадрат  $3 \times 3$ ?

б) Можно ли каким-нибудь многоугольником из 200 клеток с периметром 400 обернуть квадрат  $10 \times 10$ ?

6. а) Докажите, что существует палиндром, делящийся на  $5^5$ .

б) Число  $N$  – палиндром. Докажите, что есть палиндром, кратный  $27N$ .

в) Докажите, что есть палиндром, кратный  $6^5$ .

(Напомним, что *палиндром* – это число, которое не меняется при записи его цифр в обратном порядке).

### Ещё задачи

**ОУ1.** Есть 10 двузначных чисел. Докажите, что из них можно выбрать два непересекающихся набора с одинаковыми суммами.

**ОУ2.** Приведите пример таблицы  $3 \times 3$ , заполненной девятью различными натуральными числами так, чтобы произведения в столбцах были равны, и суммы в строках тоже были равны (но суммы могут отличаться от произведений).