

Делители

Все делители числа

0. Для каждого k от 1 до 6 найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно k различных делителей (включая 1 и само число).

1. Существует ли двузначное число, у которого ровно 12 различных делителей?

2. Сколько различных делителей у чисел

а) 5000; б) 360?

Как выписать их все?

3. Найдите произведение всех делителей числа а) 80; б) 180.

4. У некоторого натурального числа есть два разных простых делителя. У его квадрата всего 15 делителей. Сколько делителей у куба этого числа?

Разбиение на пары. Соответствие.

5. Сколькими способами можно представить 400000 в виде произведения

а) двух чисел; б) двух трёхзначных чисел?

6. У натурального числа A ровно 100 различных делителей (включая 1 и A). Найдите их произведение.

7. На 100 карточках, лежащих в ряд, слева направо записаны по порядку номера 1, 2, ..., 100.

Сначала все карточки лежат номером вниз. В первую минуту перевернули каждую карточку. Во вторую – каждую вторую (считая слева). В третью минуту – каждую третью (считая слева). В 4-ю минуту – каждую четвёртую и т.д. до 100-й минуты включительно. Сколько карточек в итоге лежат номером вверх? Какие у них номера?

Делители по возрастанию

8. Все делители числа 1440000 записали в порядке возрастания.

Какое число стоит а) на 7-м месте; б) на 130-м месте; в) на 68-м месте?

9. Каких делителей у числа 900900 больше

а) однозначных или шестизначных?

б) больших 1000 или меньших 1000;

в) двузначных или пятизначных?

Разной

10. Отец говорит сыну:

– Сегодня у нас у обоих день рождения, и ты стал ровно в 2 раза моложе меня.

– Да, и это восьмой день рождения за мою жизнь, когда я моложе тебя в целое число раз.

Сколько лет сыну, если отец не старше 66 лет?

11. Найдите все натуральные числа, делящиеся на 30 и имеющие ровно 30 различных делителей.

12. Существует ли такое натуральное число, что произведение всех его натуральных делителей (включая 1 и само число) оканчивается ровно на 11 нулей?

12. Существует ли натуральное число, у которого нечётное количество чётных натуральных делителей и чётное количество нечётных?

Ещё задачи

Де1. Все делители натурального числа N , кроме N и единицы, выписали в ряд по убыванию: $d_1 > d_2 > \dots > d_k$. Оказалось, что в каждой паре делителей, одинаково удалённых от концов этого ряда, больший делитель делится на меньший (то есть d_1 делится на d_k , d_2 – на d_{k-1} и т.д.). Докажите, что в любой паре делителей числа N больший делитель делится на меньший.

Де2. У Арсения и Антона есть по натуральному числу. Каждый из них выписал все делители своего числа. Суммы выписанных чисел у них совпали. Затем они заменили каждый из делителей на обратное число (то есть заменил каждое d на $1/d$). Суммы опять совпали. Докажите, что у Арсения и Антона – одно и то же число.

Де3. Вычеркните один из факториалов $1! \ 2! \ 3! \ \dots \ 2016!$ так, чтобы произведение остальных было точным квадратом.