

Уравнение за кадром

Полезно посчитать что-нибудь двумя разными способами (чаще всего это – общая сумма). Если результаты выглядят по-разному, то может получиться либо противоречие (значит, такого не бывает), либо уравнение (и решив его, найдем неизвестное).

1. В классе учатся 19 мальчиков и 6 девочек. На 8 марта каждый мальчик принес по 3 цветка и подарил их одноклассникам. Все девочки, кроме Маши, получили по 9 цветков. Сколько цветков получила Маша?
2. В школьной олимпиаде по математике участвовало 60 человек, по физике – 50, по информатике – 40. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

Важнее правильно составить уравнение, чем его решить. Основной приём: принять что-то (например, то, что нужно узнать) за неизвестное, выразить через него что-то двумя способами и приравнять эти два выражения. Не забывайте учитывать «эффект плюс-минус один»!

3. У мальчика сестёр вдвое больше, чем братьев, а у его сестры сестёр в полтора раза больше, чем братьев. Сколько сыновей и дочерей у их мамы с папой?
4. В каждую клетку таблицы 3×3 записано число. При этом сумма чисел в каждой строке, кроме первой, на 2 больше, чем в предыдущей, и сумма чисел в каждом столбце, кроме первого, в 2 раза больше, чем в предыдущем. Найдите сумму чисел в первой строке, если известно, что она равна сумме чисел во втором столбце.
5. Квадрат со стороной 60 см разрезан на 4 прямоугольника одинакового периметра (см. рис). Найдите периметр части.

Ситуация может задаваться большим количеством чисел, и все не найдешь. Но можно найти связи между суммами в группах, и найти хотя бы эти суммы.



6. В таблицу 3×3 записаны числа. Сумма трех чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали равна 111. Найдите число в центральной клетке таблицы.
7. Антон и Артём за осень получили по 60 оценок, причем Антон получил пятерок столько же, сколько Артём четверок, четверок столько же, сколько Артём троек, троек столько же, сколько Артём двоек, и двоек столько же, сколько Артём пятерок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за осень получил Антон?
8. Род Муромцевых (ныне, увы, прекратившийся) основали трое сыновей Ильи Муромца. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых, не оставивших потомства. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Муромцевых? (Роду принадлежали основатели, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).
Когда нет единой формулы для всех, можно использовать формулы для отдельных групп и писать свои уравнения для отдельных случаев.
9. а) В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 102. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.
б) Так же выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.
10. Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Жилец из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег в 1,4 раза больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные — втрое больше, чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?

Ещё задачи

УК1. Будильник был заведен на 8 часов, но Петя проснулся раньше и заметил, что часовая стрелка делит пополам угол между минутной стрелкой и показывающей на цифру 8 стрелкой звонка будильника. Петя сообразил, что такое случилось в последний раз до звонка. Когда проснулся Петя?

УК2. В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2004. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что есть как минимум два числа, которые не сдвинулись со своего места.

