

Одинаковые графы

1. Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим двусторонним маршрутам: Земля – Сатурн, Марс – Венера, Земля – Плутон, Венера – Уран, Юпитер – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Марс, Марс – Юпитер, Сатурн – Плутон, Уран – Юпитер и Нептун – Меркурий. Можно ли добраться с Земли до Марса?

Граф считается заданным, если...

Указаны некоторые объекты, которые считаются *вершинами*, и про некоторые пары объектов сказано, что они связаны *ребром*.

Граф удобно *изображать*, рисуя вершины точками, а ребра – отрезками или линиями.

2. В Нумерляндии есть 10 городов, пронумерованных с 1 до 10. Два города соединены дорогой если их номера не взаимно просты. Какое максимально количество городов сможет посетить путешественник, если он не хочет попадать в один и тот же город дважды?
3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Определение. Два графа считаются одинаковыми (называются *изоморфными*), если вершины каждого из них можно перенумеровать так, чтобы если в одном из графов i -я вершина была связана ребром с j -й, то в другом – тоже.

4. Какие из следующих графов одинаковы:
A: Вершины и ребра октаэдра. *B*: Вершины – клетки доски 2×3 , ребро – ход ладьи.
C: Вершины – грани куба, они связаны ребром если у них есть общая сторона. *D*: Вершины и стороны шестиугольника. *E*: Вершины – числа от 1 до 6, ребром связаны взаимно простые числа. *F*: Вершины – трехбуквенные слова из букв И,К,С, ребра связывают слова, получаемые перестановкой двух соседних букв.
5. Какие из графов в задачах 1, 2, 3 одинаковы?
6. Доска имеет форму креста, который получается, если из квадратной доски 4×4 выкинуть угловые клетки. Можно ли обойти её ходом шахматного коня и вернуться на исходное поле, побывав на всех полях ровно по разу?
7. На доске 3×4 в углу стоит конь. Сколькими способами можно обойти эту доску, побывав во всех клетках по разу? Начальную клетку считать посещенной.
8. Летучая ладья ходит как обычная, но не может пойти на соседнее поле. Сколько есть различных замкнутых обходов доски 4×4 летучей ладьей?

Ещё задачи

ОГ1. Можно ли из слова КРАБ получить слово БРАК, если разрешается переставлять букву, перепрыгивая ровно через две другие буквы?

ОГ2. Может ли в компании у каждого быть ровно 6 знакомых, и у каждых двоих быть ровно по 2 общих знакомых?