

Дроби

1. В выражении $2/1 * 3/2 * 4/3 * 5/4 * 6/5 * 7/6 * 8/7 * 9/8$ замените некоторые звездочки на знаки умножения, а остальные — на знаки деления так, чтобы результат стал равным 1.
2. Найти две такие обыкновенные дроби — одну со знаменателем 8, другую со знаменателем 13, чтобы они не были равны, но разность между большей и меньшей из них была как можно меньше.
3. Числитель и знаменатель дроби — натуральные числа, дающие в сумме 101. Известно, что дробь не превосходит $1/3$. Укажите наибольшее возможное значение такой дроби.
4. а) На доске написаны 100 обыкновенных дробей. Все они не равны 0. Если перевернуть все дроби с нечетными знаменателями, то произведение всех ста дробей будет равно 20,14. А чему будет равно произведение всех 100 дробей, если вместо этого перевернуть все дроби с четными знаменателями?
б) На доске написаны 100 обыкновенных дробей. Все они больше 0. Если перевернуть все дроби с четными знаменателями, то произведение всех ста дробей будет равно $3/20$. Если бы вместо этого перевернули все дроби со знаменателем, кратным 5, произведение всех 100 дробей было бы $4/15$. Во сколько раз произведение дробей с четным знаменателем больше произведения дробей со знаменателем, кратным 5?
5. а) На доске написаны несколько дробей. У одной из них числитель равен 2014. Перемножив те дроби, у которых знаменатели нечётны, получили нечётное число. Могут ли все дроби быть несократимыми?
б) На доске написаны несколько дробей. Сумма всех дробей с нечетными знаменателями равна произведению всех дробей с четными знаменателями. Могут ли все дроби быть несократимыми?
6. а) Произведение шести обыкновенных дробей равно 1. В каждой из дробей либо числитель, либо знаменатель увеличили на 1 так, что произведение не изменилось. Какое наименьшее количество числителей могло быть увеличено?
б) Произведение десяти обыкновенных дробей равно 1. В каждой из дробей либо числитель, либо знаменатель увеличили на 1 так, что произведение не изменилось. Какое наименьшее количество числителей могло быть увеличено?
7. В многоэтажную дробь

$$Д + \frac{1}{P + \frac{1}{O + \frac{1}{B + \frac{1}{B}}}}$$

вместо букв подставили разные ненулевые цифры. Какой наименьший результат мог получиться?

8. «В этой фразе всех цифр – цифры *, доли цифр * и * одинаковы и равны $1/...$, а на долю всех остальных цифр приходится $1/...$ ». Вставьте вместо звездочек три разных цифры, а вместо многоточий – три разных числа так, чтобы фраза была верной.
9. Из дробей $1/4, 1/7, \dots, 1/2011$ Петя выбрал четыре, а Вася — пять дробей. Может ли Васина сумма быть равна Петиней?
10. У Пети есть 10 карточек с числами и 5 палочек для дробных черт. Может ли Петя из всего этого составить пять обыкновенных дробей так, чтобы никакая дробь не равнялась целому числу, а сумма всех пяти дробей была целым числом?
11. В произвольном порядке запишите числа $1, 1/2, 1/3, \dots, 1/10$ по одному разу каждое, затем соедините их знаками (умножить) и (разделить), так, чтобы полученное выражение равнялось 0 (скобки использовать нельзя!).