

Группируй и считай

Легко вычислить сумму многих слагаемых, когда все они одинаковы: сложение заменяется на умножение. А если слагаемые разные? Тогда можно попытаться разбить их на группы одинаковых.

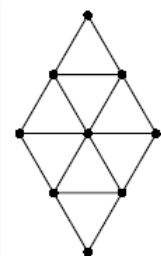
1. Из спичек сложили шахматную доску так, чтобы каждая клетка была огорожена 4-мя целыми спичками. Сколько понадобилось спичек?
2. В каждую клетку шахматной доски вписали число – сколько других клеток с нее бьет король. Найдите сумму всех записанных чисел.

А если слагаемые разные? Попробуйте разбить их на группы с одинаковыми суммами. Если это получится, то трудность подсчета перестанет зависеть от количество слагаемых. Надо только найти, сколько групп получилось.

3. а) Найдите сумму $2-5+8-11+14-17+\dots-497+500$.
б) Найдите сумму дробей $1/999 + 2/999 + 3/999 + \dots + 998/999$.
в) Найдите сумму $1+3+5+7+\dots+199$.
г) Первый член арифметической прогрессии равен 11, последний – 89, а всего в ней – 100 членов. Чему равна сумма всех членов этой прогрессии?
4. Найдите сумму всех правильных несократимых дробей со знаменателем 121.

Бывает выгодно разбить слагаемые на две группы, и сосчитать каждую группу своим способом. Или добавить группу слагаемых, сосчитать, а потом от результата отнять добавленное.

5. Из 16 спичек можно сложить ромб со стороной в 2 спички, разбитый на треугольники со стороной в 1 спичку (см. рис). А сколько понадобиться спичек, чтобы сложить такой ромб со стороной в 15 спичек?



6. а) Шахматную доску разгородили спичками на доминошки из двух клеток. Сколько всего спичек понадобилось, если длина спички равна стороне клетки?
б) Квадратное поле со стороной 1200 м огорожено каменной стеной. Его разгородили деревянными заборами на прямоугольные участки 100 на 300м. Найдите общую длину деревянных заборов.

Конечно, в большинстве сумм слагаемые так просто не сгруппируешь. Однако часто группировка становится возможной после разбиения слагаемых «на части», то есть представления каждого из данных слагаемых в виде суммы или разности. Понятно, что такое представление может быть сделано многими способами. Сумейте выбрать части так, чтобы их было удобнее группировать. Аналогичный прием помогает считать «длинные» произведения.

7. Найдите произведение $(1+1/2) \cdot (1+1/3) \cdot (1+1/4) \cdot \dots \cdot (1+1/100)$.
8. Найдите сумму $1/1 \cdot 2 + 1/2 \cdot 3 + 1/3 \cdot 4 + \dots + 1/99 \cdot 100$.

Ещё задачи

ГС1. Маляр красит целые числа на числовой оси. Сначала он красит число 0, делает шаг вправо, красит число 1, делает 2 шага влево, красит число -1 , делает шаги вправо пока не дойдет до непокрашенного числа, красит его, делает шаги влево и т.д. После какого шага он покрасит число 100?

ГС2. Взяли две одинаковые колоды из 36 карт, каждую перетасовали и положили одну колоду на другую. Посчитали число карт, лежащих между каждой парой одинаковых карт: между дамами пик, между тройками червей и т.д. Чему равна сумма всех 36 найденных чисел?