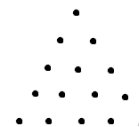


## Точки и прямые (оценка+пример)

При ответе на вопрос про наибольшее количество надо дать числовой *ответ*, привести *пример* с этим ответом и доказать *оценку*, то есть привести рассуждение, объясняющее, почему пример с большим количеством невозможен. В задачах на наименьшее количество оценка объясняет, почему невозможно меньшее количество.  
**Аксиома 1.** Через две точки проходит ровно одна прямая.

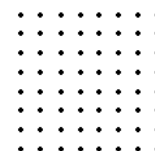
1. На плоскости отмечены 5 точек. Через каждые две точки провели прямую.
  - а) Какое наибольшее число различных прямых могло получиться?
  - б) А наименьшее?
2. а) На плоскости отмечены 4 точки. Через каждые две точки провели прямую. Сколько различных прямых могло получиться? (Найдите все возможные значения).
  - б) Тот же вопрос для 5 точек.
3. **Следствие.** Если две прямые пересекаются, но не совпадают, то они пересекаются ровно в одной точке.
4. На плоскости проведено 5 прямых так, что любые две из них пересекаются.
  - а) Какое наибольшее число точек пересечения могло получиться?
  - б) А наименьшее?
5. а) На плоскости проведено 4 прямых так, что любые две из них пересекаются. Сколько всего точек пересечения могло получиться? (Найдите все возможные значения).
  - б) Тот же вопрос для 5 таких прямых.
6. а) У замкнутой ломаной из 5 звеньев никакие два звена не лежат на одной прямой. Какое наибольшее число точек самопересечения может быть у этой ломаной?
  - б) То же для ломаной из 11 звеньев.
7. На плоскости отмечены 15 точек (см. рис). Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все эти точки?
8. На плоскости отмечен набор из 6 точек. Назовем прямую *честной*, если на ней и по обе стороны от неё лежит по 2 отмеченные точки. Приведите пример набора, у которого число честных прямых равно
  - а) 3; б) 1; в) 5; г) 6.



**Определение.** Многоугольник – *выпуклый*, если все его углы меньше  $180^\circ$ . Примеры: треугольник, квадрат.

**Теорема.** Если прямая не содержит ни одну из сторон выпуклого многоугольника, то она пересекает его границу не более, чем в двух точках.

9. а) Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все точки на рисунке?
  - б) А если нельзя использовать вертикальные и горизонтальные прямые?



## Ещё задачи

- ПТ1.** Проведены несколько отрезков, и отмечены все их концы и все точки пересечения. Оказалось, что для каждой пары точек есть отрезок, на котором обе лежат. Отрезок, на котором лежит больше всего отмеченных точек, назовем *главным*.
- а) Приведите пример такого набора отрезков, где отмеченных точек не меньше 7, причем вне главного – не меньше 2.
  - б) Есть ли набор, где вне главного отрезка лежит не менее 3 точек?
- ПТ2.** а) На плоскости отмечены 44 точки. Если выкинуть любую точку, то остальные можно зачеркнуть шестью прямыми. Докажите, что все точки можно зачеркнуть шестью прямыми.
  - б) То же для 42 точек.