

Неклетчатые разрезания (узкие места)

Кто нам мешает, тот нам поможет.

В задачах, где строят и исследуют конструкции, зацепкой к решению часто служит та часть конструкции, где *свобода выбора – наименьшая*. Такие места служат препятствиями к построению конструкции, или кажутся таковыми. Именно их мы и назовем *узкими местами*. В задачах на разрезание узким местом часто служат *углы*.

Считаем углы

1. В равностороннем треугольнике все углы по 60 градусов. Можно ли разрезать квадрат на равносторонние треугольники?

2. Можно ли разрезать какой-нибудь треугольник

а) на два остроугольных треугольника;

б) на три остроугольных треугольника?

При постепенном конструировании нужная конструкция получается из меньшей или путем улучшения более простой конструкции.

3. Из одной точки проведены 5 лучей. Для каждой пары лучей посчитаем угол между ними.

а) Могут ли все эти углы быть острыми?

б) Могут ли все эти углы быть тупыми?

в) Могут ли ровно 7 из этих углов быть острыми, а 3 – тупыми?

г) Могут ли ровно 3 из этих углов быть острыми, а 7 – тупыми?

Узкие места обычно сочетаются с постепенным конструированием: выявив одно узкое место и используя его для построения части конструкции, полезно поискать следующее узкое место.

4. Можно ли разрезать квадрат на тупоугольные треугольники?

5. а) В клетчатом прямоугольнике 3×2 отметили все вершины клеток. Разрежьте его на два тупоугольных, 2 прямоугольных и 2 остроугольных треугольника с вершинами в отмеченных точках.

б) В клетчатом квадрате 3×3 отметили все вершины клеток. Можно ли разрезать его на три тупоугольных, три прямоугольных и три остроугольных треугольника с вершинами в отмеченных точках?

Считаем стороны и вершины

При подсчетах и выявлении узких мест важно установить соответствие. Оно может быть между вершинами одного и другого многоугольника, или между сторонами.

6. Можно ли разрезать квадрат

а) на восьмиугольник и 4 треугольника?

б) на 16-угольник и 4 треугольника?

в) на 34-угольник и 3 десятиугольника?

г) на 33-угольник и 3 десятиугольника?

д) на 35-угольник и 3 десятиугольника?

7. Можно ли разрезать квадрат на треугольники так, чтобы каждый треугольник граничил ровно с тремя другими по отрезкам ненулевой длины.

8. Могут ли четыре треугольные страны граничить друг с другом по отрезкам ненулевой длины?

9. Можно ли оклеить куб четырьмя треугольниками? (Не должно быть наложений и щелей)

10. Шестиугольник разрезали по прямой, проходящей через две его вершины.

Он распался на части. Могла ли одна из частей оказаться семиугольником?

11*. Придумайте шестиугольник, который нельзя разрезать на два четырехугольника.