

Средние и смеси

Р.С. Ефремов

1. Есть два сосуда с соленой водой, концентрация соли в первом ниже, чем во втором. Разрешается переливать воду туда и обратно. Можно ли добиться, чтобы концентрация соли в первом стала *выше* чем во втором?
2. Кое-кто в классе смотрит футбол, кое-кто – мультики, но нет таких, кто не смотрит ни то, ни другое. У любителей мультиков средний балл по математике меньше 4, у любителей футбола – тоже меньше 4. Может ли средний балл всего класса по математике быть больше 4?
3. Коля и Вася за январь получили по 20 оценок, причём Коля получил пятерок столько же, сколько Вася четверок, четверок столько же, сколько Вася троек, троек столько же, сколько Вася двоек, и двоек столько же, сколько Вася – пятёрок. При этом средний балл за январь у них одинаковый. Сколько двоек получил Коля?
4. В одном стакане было 100 мл раствора кислоты, причём доля кислоты (по объёму) составляла 40%, а в другом – 150 мл с долей кислоты 50%. Ложку раствора из первого стакана перелили во второй и, после перемешивания, такую же ложку перелили из второго в стакана в первый. В результате доля кислоты в каждом из стаканов по-прежнему выражалась целым числом процентов.
 - а) Найдите доли кислоты в стаканах после переливаний.
 - б) Найдите вместимость ложки (объём ложки меньше стакана).
5. За круглым столом сидят 4 гнома. Перед каждым стоит кружка с молоком. Один из гномов переливает $\frac{1}{4}$ своего молока соседу справа. Затем сосед справа делает то же самое. Затем то же самое делает следующий сосед справа и наконец четвёртый гном $\frac{1}{4}$ оказавшегося у него молока наливает первому. Во всех кружках вместе молока 2 л. Сколько молока было первоначально в кружках, если
 - а) в конце у всех гномов молока оказалось поровну?
 - б) в конце у всех гномов оказалось молока столько, сколько было в начале?
6. Группа психологов разработала тест, пройдя который, каждый человек получает оценку – число Q – показатель его умственных способностей (чем больше Q , тем больше способности). За *рейтинг* страны принимается среднее арифметическое значений Q всех жителей этой страны.
 - а) Группа граждан страны А эмигрировала в страну Б. Покажите, что при этом у обеих стран мог вырасти рейтинг.
 - б) После этого группа граждан страны Б (в числе которых могут быть и бывшие эмигранты из А) эмигрировала в страну А. Возможно ли, что рейтинги обеих стран опять выросли?
 - в) Группа граждан страны А эмигрировала в страну Б, а группа граждан Б – в страну В. В результате этого рейтинги каждой страны оказались выше первоначальных. После этого направление миграционных потоков изменилось на противоположное - часть жителей В переехала в Б, а часть жителей Б – в А. Оказалось, что в результате рейтинги всех трех стран опять выросли (по сравнению с теми, которые были после первого переезда, но до начала второго).

(Так, во всяком случае, утверждают информационные агентства этих стран.)
Может ли такое быть (если да, то как, если нет, то почему)?

7. Есть три сосуда 3л, 4л и 5л без делений, кран с водой и 3л сиропа в самом маленьком сосуде. Как с помощью переливаний получить 6л смеси воды с сиропом в пропорции 1:1?
8. Набор из нескольких чисел, среди которых нет одинаковых, обладает следующим свойством: среднее арифметическое каких-то двух чисел из этого набора равно среднему арифметическому каких-то трёх чисел из набора и равно среднему арифметическому каких-то четырёх чисел из набора. Каково наименьшее возможное количество чисел в таком наборе?
9. Фирма «Рога и копыта» разделилась на фирму «Рога» и фирму «Копыта» с разным числом сотрудников. Директор фирмы «Рога» получает такую же зарплату, как директор фирмы «Копыта», и средняя зарплата всех остальных сотрудников фирмы «Рога» совпадает со средней зарплатой всех остальных сотрудников фирмы «Копыта». Кроме того, средняя зарплата всех сотрудников фирмы «Рога» совпадает со средней зарплатой всех сотрудников фирмы «Копыта». Что больше: зарплата директора фирмы или средняя зарплата всех остальных сотрудников?
10. Автобус, едущий по маршруту длиной 100 км, снабжен компьютером, показывающим прогноз времени, остающегося до прибытия в конечный пункт. Это время рассчитывается исходя из предположения, что средняя скорость автобуса на оставшемся участке маршрута будет такой же, как и на уже пройденной его части. Спустя 40 минут после начала движения ожидаемое время до прибытия составляло 1 час и оставалось таким же еще в течение пяти часов. Могло ли такое быть? Если да, то сколько километров проехал автобус к окончанию этих пяти часов?