

# Графики в задачах на движение

Р.С. Ефремов

1. Сколько точек *излома* и в каких точках будет у графика вида  $y=|ax+b|+|cx+d|+|ex+f|$ ?
2. Пусть  $a, b, c, d, e$  и  $f$  – некоторые числа, причём  $ace \neq 0$ . Известно, что значения выражений  $|ax + b| + |cx + d|$  и  $|ex + f|$  равны при всех значениях  $x$ . Докажите, что  $ad = bc$ .
3. График функции  $y = f(x)$ , имеет вид трехзвенной ломаной, изображенной на рисунке справа. Задайте эту функцию одной формулой, используя только цифры, знаки сложения, вычитания, переменной  $x$  и модуля.
4. На улице  $n$  домов. Каждый день почтальон идёт на почту, берёт там письма для жителей одного дома и разносит их. Затем он возвращается на почту, берёт письма для жителей другого дома и снова их разносит. И так он обходит все дома. В каком месте нужно построить почту, чтобы почтальону пришлось проходить наименьшее расстояние? Улицу можно считать отрезком прямой.
5. Расстояние между деревнями А и В равно 3 км. В деревне А живут 300 школьников, а в деревне В – 200 школьников. В каком месте надо построить школу, чтобы сумма всех расстояний, пройденных школьниками по дороге в школу, была наименьшей?
6. Три гнома живут в разных домах на плоскости и ходят со скоростями 1 км/ч, 2 км/ч и 3 км/ч соответственно. Какое место для ежедневных встреч им надо выбрать, чтобы сумма времён, необходимых каждому из гномов на путь от своего дома до этого места (по прямой), была наименьшей?
7. Три сталкера дошли до Каменной аномалии. Оттуда к кладу ведет прямая тропа длиной 100 метров. Сталкеры знают, что первый пошедший по тропе окаменеет в произвольном месте и такая же участь ждет второго. Они оба оживут в тот момент, когда по тропе будет идти третий и суммарное расстояние от него до двух окаменевших спутников будет в точности равно 100 м. Смогут ли все сталкеры добраться до клада без риска окаменеть навсегда?
8. По окружности записаны 30 чисел. Каждое из этих чисел равно модулю разности двух чисел, стоящих после него по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 1. Найти эти числа.
9. Какое наибольшее конечное число корней может иметь уравнение  $|x-a_1|+..+|x-a_{50}|=|x-b_1|+..+|x-b_{50}|$ , где  $a_1, a_2, \dots, a_{50}, b_1, b_2, \dots, b_{50}$  – различные числа?
10. Существуют ли действительные числа  $a, b$  и  $c$  такие, что при всех действительных  $x$  и  $y$  выполняется неравенство  $|x+a|+|x+y+b|+|y+c|>|x|+|x+y|+|y|$ ?
11. Дана функция  $f(x) = |4 - 4|x|| - 2$ . Сколько решений имеет уравнение  $f(f(x)) = x$ ?