

Неоднозначные данные

«А это вам знать пока рано», – сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и командовала: «Закройте глаза!». Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что знать пока рано?

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

1. В ряд выписаны 333 числа, первое равно 3, а сумма любых четырех подряд равна 333. Можно ли наверняка узнать, чему равно а) 333-е число? б) 100-е число?

2. У Кощея есть корона, по кругу которой вставлено 10 одинаковых с виду алмазов. Известны веса этих алмазов: 11 карат, 12 карат, ..., 20 карат. Кощей предлагает Ивану Царевичу такую игру: он сообщает Ивану сумму весов каждой пары соседних алмазов и сумму весов каждой пары противоположных алмазов. Если после этого Иван правильно назовет, куда какой по весу алмаз вставлен, то получит корону вместе с алмазами, а если хотя бы в одном месте ошибется, то распрощается с головой. Стоит ли Ивану соглашаться играть?

3. а) Незнайка утверждает, что он может узнать с помощью чашечных весов без гирь есть ли среди любых 3 фруктов такой, вес которого равен $1/3$ общего веса. Не хвастает ли он?

б). А узнать, есть ли среди 10 фруктов фрукт веса $1/7$ от общего веса?

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строиться после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличие «гарантированного» алгоритма.

4. На плоскости расположен квадрат, и невидимыми чернилами нанесена точка Р. Человек в специальных очках видит точку. Если провести прямую, то он отвечает на вопрос, по какую сторону от неё лежит Р (если Р лежит на прямой, то он говорит, что Р лежит на прямой). Нужно определить, лежит ли точка Р внутри квадрата. Можно ли это наверняка узнать а) за два вопроса? б) за три вопроса?

5. Путешественник посетил деревню, каждый житель которой либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Все жители деревни встали в круг лицом к центру, и каждый сказал путешественнику про соседа справа, правдив ли тот. На основании этих сообщений путешественник смог однозначно определить, какую долю от всех жителей составляют лжецы. Определите и вы, чему она равна.

6. Суду предъявлен набор из 120 пронумерованных монет. Суд знает, что все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые – тоже одинаково, но легче настоящих. Адвокат знает, какие монеты на самом деле фальшивые. Задача адвоката: показать суду, сколько есть фальшивых монет, не разгласив ни про какую монету, фальшивая она или настоящая. (Адвокат должен делать взвешивания на чашечных весах без гирь. Число взвешиваний не ограничено. Запрещены взвешивания и группы взвешиваний, из которых логически выводится, что конкретная монета фальшивая или настоящая.)

а) Суд уже установил, что фальшивых монет 3 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

б) Суд уже установил, что фальшивых монет 0 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

в) Суд уже установил, что фальшивых монет 0, 2 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?

г*) Суд уже установил, что фальшивых монет 1 или 2. Докажите, что адвокат *не сможет*, не нарушая обязательств, убедить суд, что фальшивых монет 1, а не 2.

д*) То же, но *всего монет* 11. Суд уже установил, что фальшивых монет 1 или 2. Как адвокату показать, что их **ровно 2**?