

Непрерывная комбинаторика: процессы и игры

1. Есть нечетное число кусков сыра двух различных весов. Докажите, что можно разрезать некоторые из кусков на два так, чтобы снова получился набор из нечетного числа кусков двух различных весов.
2. а) Можно ли разрезать палочку на 10 частей так, чтобы ни из каких трех частей нельзя было сложить треугольник?
б) Можно ли разрезать палочку длиной 143 см на 10 частей не короче 1 см так, чтобы чтобы ни из каких трех частей нельзя было сложить треугольник?
3. Фома и Ерема хитро делят головку сыра весом 1 кг. Сначала Фома режет её на 3 куска. Затем Ерёма выбирает один кусок, режет его на два и раскладывает сыр на две кучки по два куска. Теперь Фома забирает одну кучку себе, а другую отдаёт Ерёме. Каждый хочет получить как можно больше по весу. Как распределится сыр при наилучших действиях сторон?
4. За одну операцию разрешается в треугольнике изменить длину одной из сторон (но так, чтоб он остался треугольником). За какое наименьшее число операций можно из правильного треугольника со стороной 1 сделать правильный треугольник со стороной 3?
5. Фома и Ерема ещё хитрее делят три куска сыра общим сыра весом 1 кг. Сначала Ерёма выбирает один кусок, режет его на два и раскладывает сыр на две кучки по два куска. Теперь Фома выбирает одну кучку, берёт из неё один кусок себе, а второй отдаёт Ерёме. Ерёма также поступает с оставшейся кучкой. Как распределится сыр при наилучших действиях сторон?
6. Петя и Вася по очереди ломают палку: сначала Петя – на две части (можно неравные), затем Вася – одну из частей на две, снова Петя – одну из трех частей на две, и т.д. Выигрывает тот, кто сможет после своего хода выбрать из всех частей 4 штуки, чьи длины образуют арифметическую прогрессию. Кто из игроков может выигрывать, как бы ни играл соперник?
7. 9 кусков сыра требуется разложить на две кучки одинакового веса с равным числом кусков в каждой кучке, разрезав предварительно несколько кусков на части. Каким наименьшим количеством разрезов можно гарантированно обойтись? (При любом разрезе один кусок распадается на два).
8. В куче 100 палочек длин 1, 2, 3, ..., 100. Петя и Вася по очереди берут из кучи по 3 палочки и складывают из них не соприкасающиеся друг с другом треугольники. Кто не может сделать ход, проиграл. Начинает Петя. Кто из них может выигрывать, как бы ни играл соперник?
9. Саша разрезал головку сыра на 7 кусков и съел самый маленький кусок. Далее он может проделывать такую операцию: резать один из кусков на два и съесть самый маленький кусок из семи. Какую наибольшую долю головки может съесть Саша, если проделает операцию
 - а) 1 раз;
 - б) 2 раза;
 - в) 5 раз?

Процессы и игры: ещё задачи

- ПИ1.** Петя и Вася по очереди ломают палку: сначала Петя – на две части (можно неравные), затем Вася – одну из частей на две, снова Петя – одну из трех частей на две, и т.д. Вася выиграет, если сможет после своего хода выбрать из всех частей 4 штуки, чьи длины образуют арифметическую прогрессию. Может ли Петя ему помешать?
- ПИ2.** Есть несколько кусков сыра разного веса и разной цены за кг. Докажите, что можно, разрезав не более двух кусков, разложить куски на 2 кучки равные по весу и по цене.
- ПИ3.** В ряд лежат куски сыра. Если веса соседей не равны, то отношение большего к меньшему не превосходит 4. Разрешено все или некоторые куски разрезать на 2 части.

Докажите, что можно разрезать и выложить все куски в ряд так, чтобы в каждой паре отношение большего к меньшему не превосходило 2.

Сириус, 8 класс, 15 июня 2016 г, www.ashap.info/Uroki/Sirius/1606/index.html