

Теремы Чевы и Менелая

Л.А.Емельянов

- *Задача о поиске клада.*
- *Теорема Чевы.*
- *Теорема Менелая.*
- *Точка Нагеля.*
- *Теорема Бондала.*

1. Пусть C'' и A'' – точки касания вневписанных окружностей со сторонами AB и BC . Вневписанная окружность, касающаяся стороны AC , касается продолжений сторон BA и BC в точках A_1 и C_1 . Докажите, что прямые $C''A''$, A_1C_1 и AC пересекаются в одной точке.

2. Точка B^* – диаметрально противоположна точке B' на вписанной окружности треугольника. Докажите, что прямая BB^* проходит через B'' (точку касания вневписанной окружности со стороной AC).

3. На прямой AC выбрана точка B_1 так, что C находится между A и B_1 . В треугольники ABB_1 и CB_1B вписаны окружности. Докажите, что длина отрезка между точками касания этих окружностей с прямой BB_1 не зависит от выбора точки B_1 .

4. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки A_1 и C_1 соответственно так, что $AA_1 = CC_1$. Докажите, что точка пересечения отрезков CA_1 и AC_1 лежит на биссектрисе угла CDA .

5. В треугольнике ABC B'' – точка касания вневписанной окружности со стороной AC , а N – точка Нагеля. Отрезок BB'' пересекает вписанную окружность треугольника в точке B^* (ближайшая к вершине B точка). Докажите, что $BB^* = NB''$.