

## Взаимное расположение

При построении чертежа в геометрической задаче бывает важно знать, в каком порядке следуют точки на прямой, лежат ли они по одну или по разные стороны прямой, пересекает ли прямая сторону или её продолжение и т.п.

01. Какие из замечательных точек треугольника
  - а) всегда лежат внутри треугольника;
  - б) всегда лежат снаружи треугольника;
  - в) могут лежать как внутри, так и снаружи треугольника? От чего это зависит?
02. В четырехугольнике ABCD прямые AC и BD пересекаются в точке M. В каком случае точка M лежит внутри четырехугольника, а в каком – снаружи?
3. На стороне AB треугольника ABC отметили точки M и N такие, что  $AC=AN$ ,  $BC=BM$ . Докажите, что N лежит на отрезке BM.
4. Докажите, что в неравностороннем треугольнике ортоцентр и центр описанной окружности лежат по разные стороны от прямой, продолжающую любую из медиан либо оба лежат на этой прямой.
5. Пусть K, L, M – середины сторон треугольника ABC. Докажите, что
  - а) центр масс треугольника ABC лежит внутри треугольника KLM;
  - б) Если ABC – остроугольный треугольник, то его центр описанной окружности лежит внутри треугольника KLM;
  - в) Верно ли то же для ортоцентра остроугольного треугольника?
6. Из точки внутри выпуклого многоугольника опустили перпендикуляры на его стороны. Докажите, что хотя бы одно из оснований перпендикуляров упало на сторону, а не на её продолжение.
7. а) Отмечены 5 точек: три вершины треугольника и две точки внутри него, при этом никакие 3 точки не лежат на одной прямой. Докажите, что найдутся два пересекающихся отрезка с концами в четырех отмеченных точках;  
б) То же для любых 5 точек общего положения.
8. Докажите, что биссектриса лежит между медианой и высотой.
9. **Теорема (Неравенство третьих сторон).** В треугольниках ABC и A'B'C' равны по 2 стороны:  $AB=A'B'$ ,  $AC=A'C'$ . Тогда  $\angle A > \angle A' \Leftrightarrow BC > B'C'$  (третья сторона тем больше, чем больше угол между равными сторонами).