

Сортировки

С.Г.Волченков

1. Ожерелье состоит из N колечек, нанизанных на окружность. Колечки имеют диаметры: $1, 2, \dots, N$. Два колечка можно перетащить вдоль окружности друг через друга, если их диаметры отличаются хотя бы на 2. Можно ли отсортировать колечки по возрастанию диаметров?

2. В ряд выписано несколько чисел. Если оказывается, что какое-то число больше другого числа, стоящего правее, то эти два числа переставляются местами, и к каждому из них прибавляется 1. Верно ли, что после несколько таких операций числа окажутся отсортированными по не убыванию?

3. Таблица $N \times M$ заполнена числами от 1 до MN (каждое число занимает 1 клетку и использовано 1 раз. С таблицей разрешено проводить следующие операции:

- одновременно переставлять любое количество чисел, не выводя их за пределы строки, в которой они стоят (горизонтальный ход);
- одновременно переставлять любое количество чисел, не выводя их за пределы столбца, в котором они стоят (вертикальный ход);

За какое наименьшее количество ходов можно отсортировать числа в таблице (в первой строке должны стоять числа от 1 до M , во второй – от $M+1$ до $2M$, и т.д.)?

Для решения предыдущей задачи полезна

4. Лемма Холла. Пусть есть компания с равным числом юношей и девушек. Если для любой группы юношей число девушек, знакомых хотя бы с одним юношей из группы, не меньше числа юношей в группе, то можно их всех переженить так, чтобы каждый юноша был женат на знакомой девушке.

5. Каждый условный оператор в компьютерной программе позволяет удвоить количество возможных путей работы программы. Оцените количество условных операторов (сравнений чисел), необходимых для сортировки массива из N чисел.