

## Покрытия

0. Докажите, что

а) круг диаметра 1 можно накрыть квадратом со стороной 1;

б) квадрат со стороной 1 можно накрыть кругом с диаметром  $\sqrt{2}$ .

1. а) В стене прорезана дырка в виде квадрата со стороной 1 дм. Докажите, что сквозь неё можно протащить плоский жесткий круг радиусом 7 см.

б) В стене прорезана круглая дырка диаметра 1 дм. Можно ли протащить сквозь неё плоский жёсткий равносторонний треугольник со стороной 11 см?

2. Два отрезка длины 1 имеют общую точку. Докажите, что оба одновременно можно накрыть кругом радиуса 1.

3. Докажите, что прямоугольный треугольник с углом  $33^\circ$  и гипотенузой 1 дм можно накрыть равносторонним треугольником со стороной 1 дм.

4. Можно ли равносторонний треугольник накрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками?

5. а) Можно ли четырьмя кругами диаметра 1 накрыть квадрат площади 2?

б) Можно ли четырьмя равносторонними треугольниками со стороной 1 накрыть прямоугольный равнобедренный треугольник с гипотенузой 2?

6. На сторонах треугольника как на диагоналях построили три квадрата.

а) Докажите, что центр вписанной окружности треугольника попал в какой-нибудь квадрат;

б) Докажите, что если треугольник остроугольный, то он полностью накрыт квадратами.

7. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Его покрывают тремя кругами, центры которых лежат в вершинах, а радиусы равны высотам, проведённым из этих вершин. Докажите, что каждая точка треугольника покрыта хотя бы одним из кругов.

8. а) На столе лежат пять одинаковых бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Верно ли, что всегда любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими?

б) На столе лежат пять одинаковых *равносторонних* бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Докажите, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими.

в) На столе лежат четыре одинаковых *равносторонних* бумажных треугольника. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Обязательно ли любой из этих треугольников можно накрыть тремя другими?

9. На плоскости нарисовано множество единичных отрезков, каждые два имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть а) кругом радиуса 2; б) квадратом со стороной 2; в) кругом радиуса 1,5.