

# Гамильтоновы пути: турниры

С.Г.Волченков

1. Докажите, что любой однокруговой турнир с чётным числом команд можно организовать по турам. В каждом туре каждая команда должна играть.
2. Докажите, что любой однокруговой турнир с нечётным числом команд можно организовать по турам. В каждом туре каждая команда, кроме одной, должна играть. За весь турнир у каждой команды должен быть 1 выходной.
3. Имеется 1000 чисел с общей суммой 0. Докажите, что из них можно составить не менее 999 пар с неотрицательной суммой.

**Определение.** Ориентированный граф, в котором любые две вершины соединены ровно одним ребром, называется *турниром*.

4. Докажите, что любой турнир полугамильтонов.

*Известна такая переформулировка этой задачи:*

Докажите, что после окончания однокругового турнира по волейболу команды можно построить в ряд так, что каждая следующая выиграла у предыдущей.

**Определение.** Ориентированный граф, в котором из каждой вершины можно пройти по стрелкам в любую другую называется *сильно связанным*.

5. Докажите, что любой сильно связанный турнир гамильтонов.