

Гамильтоновы пути-2

Теорема Дирака. Если в графе на N вершинах ($N > 2$) степени каждой вершины не менее $N/2$, то граф гамильтонов.

Определение. Назовём компанию *дружной*, если её можно рассадить за круглый стол так, что каждый окажется между своих друзей. Известно, что среди N человек каждые $N-1$ образуют дружную компанию. Верно ли, что все N человек образуют дружную компанию.

6. $N = 4, 5, 6$

7. $N = 7, 8$

8. $N = 9, 10$

9. Докажите, что в условии теоремы Дирака $N/2$ нельзя заменить на $N/2-1$.

10. Докажите, что если в графе на N вершинах ($N > 2$) степени любых несмежных вершин в сумме не меньше N , то граф гамильтонов.

Замечание. Отсюда следует теорема Дирака.

11. В однокруговом турнире с N командами (N – чётно, больше 4) сыгран $N/2-1$ тур. Докажите, что можно составить расписание ещё двух туров.

12. Покажите, что если сыграно $N/2$ туров, то составить расписание ещё одного тура может не удастся.