

## Уравнение за кадром

Важнее заметить и написать уравнение или систему уравнений, чем его/их решить. Методы решения известны и стандартны, а правильно составить (и применить решение) можно только по настоящему разобравшись в задаче.

Основной приём: принять что-то (например, то, что нужно узнать) за неизвестное, выразить через него что-то двумя способами и приравнять эти два выражения. При составлении выражений применяются все те же приёмы, что и при подсчетах.

**1.** В школьной олимпиаде по математике участвовало 60 человек, по физике – 50, по информатике – 40. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

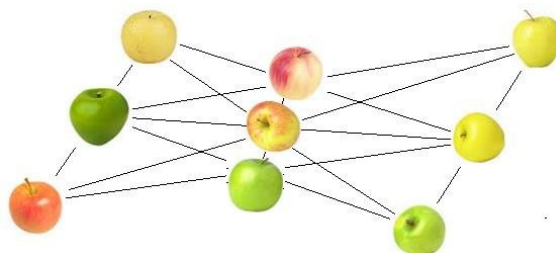
**2.** У мальчика сестёр вдвое больше, чем братьев, а у его сестры сестёр на 40% больше, чем братьев. Сколько сыновей и дочерей у их мамы с папой?

**3. а)** В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 102. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.

**б)** Так же выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.

Когда переменных слишком много, стоит выделять их группы, ведущие себя одинаково, и обозначать сумму группы за новое неизвестное – тогда уравнения упрощаются. Кроме сумм, часто годятся произведения или суммы произведений.

**4.** На столе лежат 9 яблок, образуя 10 рядов по 3 яблока в каждом (см. рис.). Известно, что у девяти рядов веса одинаковы, а вес десятого ряда отличается. Есть электронные весы, на которых за рубль можно узнать вес любой группы яблок. Какое наименьшее число рублей надо заплатить, чтобы узнать, вес какого именно ряда отличается?



**5.** Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?

**6.** Род Муромцевых (ныне, увы, прекратившийся) основали трое сыновей Ильи Муромца. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых, не оставивших потомства. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Муромцевых? (Роду принадлежали основатели, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).

Сравнение сумм для  $n$  и  $n+1$  двумя способами помогает найти формулы для сумм геометрических прогрессий, степеней и т.п..

**7.** Обозначим  $3_n$  число, записанное  $n$  тройками. Найдите сумму  $3+3_2+3_3+\dots+3_{100}$ .

**8.** Найдите формулу для суммы  $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$ .

При переборе в разных случаях могут быть разные уравнения, что даст больше ответов.

**9.** Найдите все положительные десятичные дроби, которые при вычеркивании первой цифры после запятой увеличиваются ровно в 3 раза.

В сложных примерах нужные параметры часто находят через уравнения.

**10. а)** От квадрата со стороной 1 отрезали 4 равных прямоугольника с периметром 2. В центре остался меньший квадрат. Какой размер может быть у него?

**б) Можно ли разрезать квадрат на 13 прямоугольников (возможно, не одинаковых) с одинаковым периметром вдвое меньшим чем у квадрата?**

Сириус, 7 класс, 5 июня 2016 г, [www.ashap.info/Uroki/Sirius/1606/index.html](http://www.ashap.info/Uroki/Sirius/1606/index.html)