

ПЛОЩАДИ ЦЕЛОГО И ЧАСТЕЙ

Свойства площадей

1. Площадь целого равна сумме площадей частей.
2. Равные фигуры имеют равные площади.
3. Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна ab .

Упр 1. Выведите из этих свойств формулы для площади параллелограмма, треугольника, трапеции.

2. Через точку внутри треугольника и его вершины провели три прямых. Докажите, что треугольник разбит на 6 равновеликих частей \Leftrightarrow эти прямые продолжают медианы.
3. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что AD параллельна $BC \Leftrightarrow$ треугольники ABO и CDO равновелики.
4. Докажите, что а) площадь треугольника со сторонами a, b, c не превосходит $ab/2$;
б) площадь четырехугольника с диагоналями p и q не превосходит $pq/2$.

5. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 1.

6. Существует ли такой треугольник, что
а) все его стороны больше 1 км, а площадь меньше 1 см^2 ;
б) все его высоты меньше 1 см, а площадь больше 1 км^2 ;
в) все стороны треугольника меньше 1 см, а его площадь больше 1 см^2 ?

7. а) Какую наименьшую площадь может иметь треугольник вершинами в узлах сетки?

б) Существует ли прямая l , проходящая через не менее, чем 2 узла сетки, и узел A вне l такой, что расстояние от A до l меньше $1/2016$?

8. На клетчатой бумаге нарисован треугольник M так, что все его вершины находятся в вершинах клеток, а стороны не параллельны линиям сетки. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков сетки внутри M равна сумме длин горизонтальных отрезков сетки внутри M .

Теорема 9. а) Площадь треугольника равна половине произведения периметра на радиус вписанной окружности.

б) Площадь описанного многоугольника равна половине произведения периметра на радиус вписанной окружности.

10. а) Мама школьника угощает преподавателя квадратным пирогом. Она отмечает внутри пирога точку и режет пирог по отрезкам, соединяющим точку с вершинами, после чего дает преподавателю любые два куска, не имеющие общих сторон. Какую наибольшую долю пирога придется съесть преподавателю?

б) Внутри квадрата отметим две точки и соединим их отрезками со всеми вершинами (см. рис. 2). Могут ли все девять полученных частей иметь одинаковую площадь?

11. Внутри равностороннего треугольника выбрана точка, и из нее опущены перпендикуляры на все три стороны. Докажите, что сумма длин этих перпендикуляров не зависит от выбора точки.

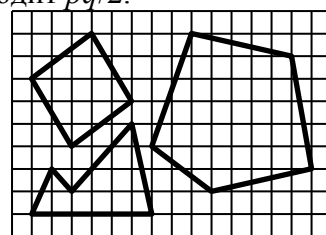


рис.1

с

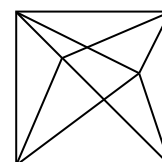


рис.2