

ГМТ и ПЕРЕБОР СЛУЧАЕВ

1. Найдите ГМТ

а) удаленных от данной прямой больше чем на R ;

б) удаленных от одной из данных точек A и B больше чем на AB , а от другой – меньше чем на AB .

2. Даны две параллельные прямые. Найдите ГМТ, для которых расстояние до первой вдвое больше, чем до второй.

3. На плоскости изображена окружность радиуса 100. Найдите ГМТ M , для каждой из которых расстояние до ближайшей к M точки окружности равно 1.

4. Даны точки A и B . Найдите ГМТ M таких, что точки A , B и M являются вершинами равнобедренного треугольника.

5. Найти геометрическое место четвертых вершин квадратов таких, что остальные три вершины лежат на двух данных перпендикулярных прямых.

6. Если в треугольнике отметить точку P и соединить ее с вершинами, то треугольник разобьется на три меньших треугольника. Найдите ГМТ P , для которых сумма площадей двух из этих треугольников будет равна площади третьего.

7. Даны точки A и B .

а) Докажите, что для любых двух различных точек X и Y на прямой AB
 $AX^2 - BX^2 \neq AY^2 - BY^2$.

б) Дана точка C на прямой AB . Найдите ГМТ X таких, что $AX^2 - BX^2 = AC^2 - BC^2$.

в) Докажите, что высоты треугольника пересекаются в одной точке.

(Эта точка называется *ортоцентром* треугольника.)

8. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 115^\circ$, $AD = BC$. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке M . Найдите $\angle MAB$.

Для самостоятельного решения

ГПС1. Даны точки A и B . Найдите ГМТ M таких, что $\angle AMB$ – средний по величине угол треугольника ABM .

ГПС2. В выпуклом четырехугольнике каждая из диагоналей разбивает его на два равнобедренных треугольника. Какие значения может принимать угол между диагоналями?