

Кодировка

- а) Компьютер выписывает всевозможные цепочки из восьми цифр – нулей и единиц: 00000000, 00000001, ..., 11011101, ..., 11111111. Каждая цепочка встретила по разу. Сколько всего цепочек выписано?
б) Такие цепочки называются *двоичными кодами* длины 8. Вместо букв, цифр и знаков препинания компьютер хранит двоичные коды, причем разным символам соответствуют разные коды, а одинаковым – одинаковые. Какое наибольшее число разных символов можно закодировать двоичными кодами длины 8?
- Код замка состоит из 4 цифр. Настя его забыла, но помнит, что цифры не повторялись. Сколько комбинаций её придется перебрать, чтобы наверняка открыть замок?
- Слова АВТОР и ТОВАР – анаграммы (они состоят из одинаковых букв). А сколько всего анаграмм у слова АВТОР, если рассматривать всевозможные слова, даже бессмысленные?

Основные комбинаторные комбинации

В алфавите N букв. Будем с их помощью записывать слова и подсчитывать их количество.

- (Слова с повторениями) Есть ровно N^k разных k -буквенных слов.
- (Слова без повторений) Есть ровно $N(N-1)(N-2)\dots(N-k+1)$ разных k -буквенных слов, где все буквы различны. Это число обозначают ещё A_N^k (называя *размещениями из N по k*) или $N^{\underline{k}}$ (называя N в *убывающей степени k*).
- (Перестановки) В слове k букв, все они различны. Всего есть $k(k-1)(k-2)\dots 2\cdot 1$ разных слов той же длины из тех же букв. Это число обозначают ещё $k!$ (читается *k факториал*).

Задачи на основные комбинации

- а) У скольких пятизначных чисел все цифры нечетны?
б) У скольких пятизначных чисел все цифры нечетны и различны?
- Для зачета надо рассадить 70 школьников в 4 аудитории (некоторые аудитории могут остаться пустыми). Директор просит создать таблицу, где в первой колонке будут фамилии учеников, а каждой из остальных колонок – один из вариантов рассадки. Сколько колонок должно быть в таблице, чтобы в ней поместились все возможные варианты рассадки?
- Пароль состоит из 8 знаков, каждый знак может быть либо цифрой, либо буквой латинского алфавита (большой или малой). Цифры и буквы, большие и малые могут смешиваться в любом порядке. Сколько разных паролей бывает?

Кодировка

Элементы множества можно закодировать/занумеровать комбинаторными комбинациями какого-то типа и подсчитать число комбинаций.

- Сколькими способами можно расставить на нижней горизонтали шахматной доски одновременно коня, слона и ферзя?
- У скольких шестизначных чисел третья цифра равна а) последней; б) первой?
- Палиндромом называется число или слово, не меняющееся при записывании задом наперед (например БОБ, АННА, 1991).
а) Сколько семибуквенных палиндромов можно составить из русских букв?
б) А восьмибуквенных?
- Слово из 10 букв начинается с М, а каждая следующая буква либо совпадает с предыдущей, либо идет в алфавите вслед за предыдущей (например, МНННОППРСТ). Сколько всего таких слов?
- Стартовав из левой нижней клетки доски, король сделал 7 ходов. Каждый ход был вправо, вверх или вправо-вверх по диагонали. Найдите число возможных маршрутов.

Задачи потруднее

- Сколькими способами можно расставить на шахматной доске восемь одинаковых ладей так, чтобы они не били друг друга?
- а) Сколько подмножеств во множестве из 100 элементов? б) А сколько подмножеств состоит из нечетного числа элементов?
- Сколько есть наборов из двух или более последовательных двузначных чисел?
- Сколькими способами можно расставить числа 1, 2, ..., 20 в строку так, чтобы каждое число, кроме единицы, было больше по крайней мере одного из своих соседей?
- В стране N городов, каждые два соединены дорогой. Злой колдун Гибдд хочет заколдовать все дороги, сделав их односторонними так, чтобы из каждого города либо нельзя было уйти, либо, уйдя, нельзя было в него вернуться. Сколькими способами он может это сделать?

8 сентября 2015 г, 8-е классы-школа, Сириус. А.Шаповалов www.ashap.info