

Добавь или отбрось лишнее

Рояль в лифт не влезает!?! Не проблема: ножки отпилим, остальное перевезём за два раза...

Целое можно сосчитать, представив его как сумму удобных для подсчета частей.

1. В этот раз я приехал в Россию утром 27 августа, а уеду вечером 6 октября. Сколько дней я пробуду в России?
2. а) Из спичек сложена клетчатая доска 8×8 со стороной клетки в одну спичку. Сколько спичек использовано?
б) Тот же вопрос для клетчатого прямоугольника $m \times n$.

Иногда удобнее сначала сосчитать лишнее, а потом это лишнее вычесть.

3. Сколько есть всего а) двузначных б) трехзначных в) 7-значных чисел?

Что-то может быть сосчитано лишний раз. Тогда надо вычесть эти лишние разы.

4. Из прямоугольника 20×30 клеток (20 – высота) вырезали крест, где вертикальная полоска шириной 5 клеток, а горизонтальная – шириной 3 клетки. Сколько всего клеток в кресте?
5. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые делятся на 3? На 5? На 15? Не делится ни на 3, ни на 5?

$|A|$ обозначает число элементов во множестве A .

6. Докажите, что $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

При вычитании лишнее может сократиться само по себе.

7. В Стокгольме 25000 русских и 10000 любителей математики. Кого здесь больше, и на сколько: русских, не любящих математику или нерусских любителей математики?

Когда есть много пересекающихся множеств, удобнее разбить их на непересекающиеся части.

8. В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

Формула включения-исключения

9. Докажите, что $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

Разнобой

10. Сколько различных слагаемых останется, если раскрыть скобки и привести подобные в следующем выражении

а) $(1+x+x^2+\dots+x^{30})^2$ б) $(1+x^2+x^4+\dots+x^{30})^2$ в) $(1+x^2+x^4+\dots+x^{30})^2 + (1+x^3+x^6+\dots+x^{30})^2$?

11. В клетки таблицы 4×4 вписаны числа так, что сумма соседей (по стороне) каждой клетки равна 1. Найдите сумму чисел в таблице.
12. Из 16 спичек можно сложить ромб со сторонами в две спички, разбитый на треугольники со стороной в одну спичку. А сколько спичек понадобится, чтобы сложить такой ромб со сторонами в 16 спичек?
13. Кое-кто в классе смотрит футбол, кое-кто – мультики, но нет таких, кто не смотрит ни то, ни другое. У любителей футбола средний балл по математике меньше 4, у любителей мультиков – тоже. Может ли в классе в целом средний балл по математике быть больше 4? (Напомним, что среднее нескольких чисел – это сумма этих чисел, деленная на их количество.)