

Внутренний матбой 8 класс профи

Составители А.Шаповалов, В.Брагин

1. Докажите, что при умножении натурального числа на 8 его сумма цифр может уменьшиться не более чем в 8 раз. (фольклор)

2. Пункты A , B и C соединены прямыми дорогами (хотя бы одна дорога между каждой парой городов). Известно, что между A и B есть всего 127 маршрутов (прямых и через C), а между A и C есть всего 164 маршрута (прямых и через B). Сколько всего маршрутов между B и C (прямых и через A)? (А.Шаповалов, по мотивам шведских олимпиад)

3. 77 жителей острова лжецов (всегда лгут) и рыцарей (всегда говорят правду) стали в круг. Всем известно, что их веса различны. На вопрос «У тебя есть сосед-лжец легче тебя?» все ответили «Да». После перерыва они стали в круг в другом порядке. Докажите, что на вопрос «У тебя есть сосед-рыцарь легче тебя?» как минимум двое ответят «Да». (А.Шаповалов)

4. Можно ли на ребрах трех кубов расставить стрелки так, чтобы при любых поворотах и совмещениях любых двух кубов совпадали направления ровно 6 стрелок? (А.Блинков, И.Раскина)

5. На плоскости нарисовано 100 единичных отрезков, каждые два имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть кругом радиуса $\sqrt{2}$. (А.Шаповалов)

6. В Сириусии 2015 городов. Царь Леонид хочет открыть некоторое количество двусторонних авиалиний между городами так, чтобы из любого города выходило не более 11 линий, и от любого города можно было добраться до любого другого, сделав не более шести пересадок. Каким наименьшим количеством авиалиний можно обойтись? (В.Трушков)

7. В прямоугольном треугольнике ABC на катетах AC и BC взяты точки P и Q соответственно так, что $\angle PBC = \frac{1}{3} \angle ABC$ и $\angle QAC = \frac{1}{3} \angle BAC$. Отрезки AQ и BP пересекаются в точке T . Докажите, что $TP = TQ$. (фольклор)

8. Надо изготовить набор из четырех медных и одной серебряной гири такой, чтобы несколькими гирями из набора можно было набрать любой целый вес от 3 г до 10 г (гирьки кладутся только на одну чашу). Серебряная гирька должна весить не меньше каждой из медных. Каким наименьшим количеством серебра можно обойтись? (А.Шаповалов)

9 сентября 2015 г., 8-й класс Профи, Сириус. А.Шаповалов www.ashap.info