Неоднозначные данные

Неразличимые примеры

Чтобы доказать, что информации недостаточно для получения однозначного ответа, можно построить два примера, которые удовлетворяют всем условиям, но дают разные ответы.

1. а) Клетки доски 100×100 покрашены в красный, синий и черный цвета так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три цвета. Левая нижняя клетка – красная. Можно ли наверняка узнать цвет правой верхней клетки?
б) Тот же вопрос про доску 50×50?

2. а) Незнайка утверждает, что он может узнать с помощью чашечных весов без гирь есть ли среди любых 3 камней такой, вес которого равен 1/3 общего веса. Не хвастает ли он?
б) А узнать, есть ли среди 10 камней камень веса 1/10 от общего веса? .

3. а) У Кащея есть корона в виде призмы с 18 вершинами, в каждой вершине которой вставлено по алмазу неизвестного веса. Кащей предлагает Ивану Царевичу такую игру: он сообщает Ивану сумму весов алмазов на каждом ребре; если после этого Иван правильно назовет вес каждого алмаза, то получит корону, а если хотя бы в одном месте ошибется, то распрощается с головой. Стоит ли Ивану соглашаться играть?
б) То же, но корона – призма с 20 вершинами, и заранее известен список весов этих алмазов: 1 карат, 2 карата, ..., 20 карат.

4. В колоде 52 карты (4 масти, 13 достоинств). Про любую пару карт одной масти или одного достоинства известно, сколько карт между ними лежит. Всегда ли по этой информации можно узнать пару крайних карт колоды?

Примеры «задним числом»

Неразличимые примеры и контрпримеры могут строится не заранее, а только после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто применяется, чтобы опровергнуть предположение о наличие «гарантированного» алгоритма.

5. Изначально бэтмен сидит в одной из вершин лабиринта в форме додекаэдра. Чужой и Хищник его не видят. За одну попытку Чужой и Хищник проверяют любые две вершины. Если бэтмен в одной из них, он пойман. Если нет, он незаметно перелетает вдоль ребра додекаэдра в одну из соседних вершин. Чужой и Хищник опять проверяют пару вершин, и т.д. Есть ли у них способ наверняка поймать бэтмена не более чем за 77 попыток?

6. а) Зритель задумывает одну из 66 карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. Может ли фокусник наверняка узнать задуманную карту за две таких попытки?
б) Зритель задумывает одну из 64 карт. За одну попытку фокусник может разложить все карты на на стопки с разным числом карт и узнать у зрителя, в какой из групп находится задуманная. Может ли фокусник наверняка узнать задуманную карту за две таких попытки?

7. Зритель расставляет на шахматной доски 63 короля с номерами от 1 до 63 в любом порядке, одна клетка остаётся пустой. Гроссмейстер, не видя доски, называет номера королей. Если названный король может пойти на пустую клетку, этот ход выполняется, иначе позиция на доске остаётся неизменной. В любом случае гроссмейстеру ничего не сообщается. Так продолжается, пока гроссмейстер не скажет «Я закончил».
а) Гроссмейстер сделал семь ходов, а потом передумал. Может ли он сделать следующие ходы так, чтобы наверняка вернуть всех королей на исходную позицию?
б) Может ли гроссмейстер добиться, чтобы после «Я закончил» хотя бы один из королей с номерами от 1 до 8 не мог сделать ход на свободное поле?
(Король ходит на одну клетку по вертикали, горизонтали или диагонали)

8. Есть 4 яблока разных весов и чашечные весы без гирь. Можно ли найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок? (Если несколько яблок одинаково наиболее близки к среднему, достаточно найти хотя бы одно).

Зачётные задачи

НД1. Есть 5 яблок разных весов и чашечные весы без гирь. Всегда ли можно найти яблоко, чей вес ближе всего к среднему весу всех яблок? (Если несколько яблок одинаково наиболее близки к среднему, достаточно найти хотя бы одно).
НД2. В клетки таблицы 10×10 записали числа 1, 2, ..., 100 в каком-то порядке. Известно только, что оба числа 1 и 100 находятся на одной диагонали. Разрешается узнать сумму чисел в любой паре клеток с общей стороной. Всегда ли можно узнать расположение всех чисел?
НД3. В звездном атласе все известные галактики были занумерованы подряд натуральными числами, начиная от 1000. Номера шли подряд и без повторений. Для контроля отдельно хранились НОД номеров каждой пары галактик. Когда число галактик перевалило за 100 миллиардов, случился сбой и все номера были потеряны. Можно ли их все восстановить по контрольной информации?
НД4. У 20 ключей от 20 гостиничных номеров потерялись бирки. Известно, что каждый ключ открывает ровно один из номеров. Какое наименьшее число пробных открываний дверей надо сделать, чтобы наверняка определить, от какого номера каждый ключ?