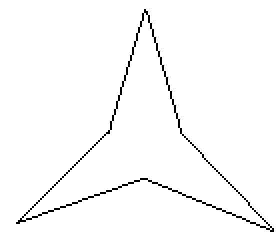
Доказательство без разглашения

«А это вам знать пока рано», – сказала Баба-Яга своим 33 ученикам и скомандовала: «Закройте глаза!».
Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков.
Сколько учеников всё-таки увидели то, что знать пока рано?

Задача 1. Вы хотите послать другу ценный предмет. У вас есть коробка, которая больше, чем сам предмет. У вас есть несколько навесных замков с ключами. У коробки есть кольцо (петли) с заведомо достаточной дыркой, куда можно повесить хоть один, хоть несколько замков. Но у вашего друга нет ключей ни от одного вашего замка. Что же делать?
Замечание: Вы не можете послать ключ в незапертой коробке, так как его могут скопировать.

Задача 2. У Кащея есть корона в виде призмы с 18 вершинами, в каждой вершине которой вставлено по алмазу. Известен список весов алмазов: 1, 2, 3, …, 18 карат. Кащей предлагает Ивану Царевичу такую игру: он сообщает Ивану сумму весов алмазов на каждой грани. Если в после этого Иван правильно назовет вес хотя бы одного алмаза, то получит корону, а если ошибется, то распрощается с головой. Стоит ли Ивану соглашаться играть?

Задача 3. На плоскости расположена трехлучевая звезда (см. рис), и невидимыми чернилами нанесена точка P. Человек в специальных очках видит точку. Если построить угол меньше развёрнутого, то он отвечает на вопрос, принадлежит ли P углу (то есть говорит «внутри», «снаружи», «на сторонах угла» или «в вершине угла»). За какое наименьшее число вопросов можно узнать, лежит ли P внутри или на контуре звезды?



Задача 4. Двое преподавателей хотят выбрать наугад один из 10 столиков в ресторане. Как им быстро бросить жребий, чтобы шансы каждого столика были одинаковы, и вклад каждого в жребий был одинаково решающим?

Задача 5. Король выстроил 7 мудрецов колонну для испытания, и надел каждому на голову колпак. На каждом из колпаков – цифра от 0 до 9 (цифры могут повторяться). Каждый видит только цифры только на колпаках всех впереди стоящих. Далее мудрецы по порядку от заднего к переднему называют вслух по цифре. Тот, кто верно назовет свое число – спасется, остальных с позором уволят. Мудрецы заранее знали условия испытания и могли договориться, как действовать. Какое наибольшее число из них смогут спастись?

Задача 6. Трое игроков А, Б и В хотят сыграть в карты по телефону. Для этого им надо научиться передавать друг другу карты так, чтобы не разглашать лишней информации. Можно считать, что карты пронумерованы цифрами от 0 до 9.
а) Как А и Б могут наугад выбрать карту и сообщить её В, самим не узнав этой карты?
б) Как В может передать известную ему карту А или Б, не узнав, кому именно она досталась, и не сообщая другому, что это за карта?

Задача 7. Суду предъявлен набор из 100 одинаковых с виду монет. Суд знает, что все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые – тоже одинаково, но легче настоящих. Адвокат знает, какие монеты на самом деле фальшивые. Задача адвоката: показать суду, сколько есть фальшивых монет, не разгласив ни про какую монету, фальшивая она или настоящая. (Адвокат должен делать взвешивания на чашечных весах без гирь. Число взвешиваний не ограничено. Запрещены взвешивания и группы взвешиваний, из которых логически выводится, что конкретная монета фальшивая или настоящая.)
а) Суд уже установил, что фальшивых монет 3 или 4. Как адвокату показать, что их ровно 4?
б) Суд уже установил, что фальшивых монет 0 или 1. Адвокат хочет показать, что монета ровно 1. Докажите, что без разглашения этого не удастся.
в) Суд уже установил, что фальшивых монет 2 или 3. Как адвокату показать, что их ровно 3?

Задача 8. Из колоды вынули 7 карт, показали всем, перетасовали, и раздали двум игрокам по 3 карты, а оставшуюся карту спрятали. Игроки могут по очереди сообщать вслух открытым текстом любую информацию о своих картах. Могут ли они сообщить друг другу свои карты так, чтобы при этом зритель со стороны не смог вычислить местонахождение ни одной из семи карт?

Московские сборы, популярная лекция для 9-11 классов, 10 ноября 2016 г, http://www.ashap.info/Uroki/Mosbory/2018o/index.html