

Комбинаторная геометрия-2: оценки площади и периметра

1. Вокруг окружности радиуса r описан многоугольник периметра p . Найдите площадь многоугольника.
2. Квадрат со стороной 1 разрезан на прямоугольники. В каждом прямоугольнике выбрали одну из двух меньших сторон (если прямоугольник – квадрат, то выбрали любую из четырёх сторон). Докажите, что сумма всех выбранных сторон не меньше 1.
3. Из треугольника площади 1 вырезали круг радиуса 0,2. Докажите, что периметр треугольника ≤ 10 .
4. Многоугольник вырезали из круга радиуса 1. Каково наибольшее отношение его площади к числу сторон?
5. На плоскости, разграфленной сеткой вертикальных и горизонтальных прямых на квадратные клетки, нарисован выпуклый многоугольник M так, что все его вершины находятся в вершинах клеток и ни одна из его сторон не вертикальна и не горизонтальна. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков сетки внутри M равна сумме длин горизонтальных отрезков сетки внутри M .
6. Несколько черных квадратов со стороной 1 дм прибиты к белой плоскости одним гвоздем, не задевающим границ квадратов. Образовалась многоугольная черная фигура.
 - а) Оцените сверху площадь фигуры.
 - б) Толщина гвоздя 1 мм. Оцените сверху периметр фигуры.
 - в) Толщина гвоздя 0. Оцените сверху периметр фигуры.
 - г) Несколько черных квадратов со стороной 1 лежат на белой плоскости, образуя многоугольную черную фигуру (возможно, состоящую из нескольких кусков и имеющую дырки). Может ли отношение периметра этой фигуры к ее площади быть больше 10000 ?

Московские сборы, 9 класс, гр.Монблан ashap.info/Uroki/Mosbory А.Шаповалов. 10 апреля 2014 г.

Оценки площади и периметра: на дом

ОП1. Верно ли, что любой прямоугольник можно разрезать на два многоугольника так, чтобы площадь первого была хотя бы вдвое больше площади второго, а периметр первого был хотя бы вдвое меньше периметра второго многоугольника? *(Сдать письменно)*

ОП2. Даны выпуклый многоугольник и квадрат. Известно, что как ни расположи две копии многоугольника внутри квадрата, найдётся точка, принадлежащая обеим копиям. Докажите, что как ни расположи три копии многоугольника внутри квадрата, найдётся точка, принадлежащая всем трём копиям.

ОП3. Дан жесткий проволочный контур квадрата площади 1 дм². Его разрезали на части и спаяли заново. Получился контур плоского многоугольника.

а) Резали на 3 части. Какова наибольшая возможная площадь нового многоугольника?

б) Резали на 4 части. Могла ли получиться площадь не менее 105 см²?

ОП4. Докажите, что многоугольник периметра P можно накрыть каким-нибудь прямоугольником периметра $2P$.

Московские сборы, 9 класс, гр.Монблан ashap.info/Uroki/Mosbory А.Шаповалов. 10 апреля 2014 г.