

1. Назовём точку Q внутри треугольника ABC *целостной*, если все 6 углов $\angle QAB$, $\angle QBA$, $\angle QCA$, $\angle QAC$, $\angle QBC$, $\angle QCB$ измеряются целым числом градусов. Докажите, что если все углы остроугольного треугольника измеряются чётным числом градусов, то в нём есть не менее трёх целостных точек.
2. Назовём натуральное число *хрупким*, если его можно представить как произведение натуральных сомножителей, меньших 2014. Докажите, что найдутся 2014 последовательных не хрупких чисел.
3. В окружность ω вписан четырёхугольник $ABCD$. Касательные к ω , проведённые в точках A и D , пересекаются в точке P , при этом дуга $ABCD$ лежит вне треугольника ADP . На лучах BA и CD нашлись такие точки K и N соответственно, что $PK \parallel AC$ и $PN \parallel BD$. Докажите, что точки B, C, K, N лежат на одной окружности.
4. Есть 6 яблок, каждое из которых либо красное, либо жёлтое, причём не все яблоки красные и не все жёлтые. В каждой тройке яблок, где есть яблоки обоих цветов, самое тяжёлое яблоко легче двух других вместе взятых. Докажите, что найдутся три яблока одного цвета, самое тяжёлое из которых легче двух других вместе взятых.
5. Каждая клетка доски 101×305 покрашена в один из двух цветов так, что у каждой клетки соседей (по стороне) такого же как у неё цвета цвета меньше, чем соседей другого цвета. Какое наибольшее значение может принимать разность между количеством клеток одного и другого цветов?

1. Назовём точку Q внутри треугольника ABC *целостной*, если все 6 углов $\angle QAB$, $\angle QBA$, $\angle QCA$, $\angle QAC$, $\angle QBC$, $\angle QCB$ измеряются целым числом градусов. Докажите, что если все углы остроугольного треугольника измеряются чётным числом градусов, то в нём есть не менее трёх целостных точек.
2. Назовём натуральное число *хрупким*, если его можно представить как произведение натуральных сомножителей, меньших 2014. Докажите, что найдутся 2014 последовательных не хрупких чисел.
3. В окружность ω вписан четырёхугольник $ABCD$. Касательные к ω , проведённые в точках A и D , пересекаются в точке P , при этом дуга $ABCD$ лежит вне треугольника ADP . На лучах BA и CD нашлись такие точки K и N соответственно, что $PK \parallel AC$ и $PN \parallel BD$. Докажите, что точки B, C, K, N лежат на одной окружности.
4. Есть 6 яблок, каждое из которых либо красное, либо жёлтое, причём не все яблоки красные и не все жёлтые. В каждой тройке яблок, где есть яблоки обоих цветов, самое тяжёлое яблоко легче двух других вместе взятых. Докажите, что найдутся три яблока одного цвета, самое тяжёлое из которых легче двух других вместе взятых.
5. Каждая клетка доски 101×305 покрашена в один из двух цветов так, что у каждой клетки соседей (по стороне) такого же как у неё цвета цвета меньше, чем соседей другого цвета. Какое наибольшее значение может принимать разность между количеством клеток одного и другого цветов?