

Комбинаторная геометрия: Покрывтия

1. а) Треугольник можно накрыть кругом радиуса 1. Докажите, что этот треугольник можно накрыть квадратом со стороной 2.
б) Четырёхугольник можно накрыть квадратом площади 2. Докажите, что этот четырёхугольник можно накрыть кругом радиуса 1.
2. Треугольник можно накрыть кругом радиуса 2. Докажите, что этот треугольник можно накрыть четырьмя кругами радиуса 1.
3. а) Треугольником P можно накрыть треугольник Q . Докажите, что периметр P не меньше периметра Q .
б) Выпуклым многоугольником P можно накрыть выпуклый многоугольник Q . Докажите, что периметр P не меньше периметра Q .
4. На плоскости нарисовано множество единичных отрезков, каждые два имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно покрыть
 - а) кругом радиуса 2;
 - б) кругом радиуса 1,5;
 - в) квадратом со стороной 2.
5. Дан правильный треугольник. Каким наименьшим числом меньших правильных треугольников можно его покрыть?
6. На стол положили несколько одинаковых листов бумаги прямоугольной формы. Оказалось, что верхний лист покрывает больше половины площади каждого из остальных листов. Можно ли в таком случае воткнуть булавку так, чтобы она проколола все прямоугольники?
7. а) На столе лежат пять одинаковых *равносторонних* бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, не поворачивая. Докажите, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими.
б) На столе лежат пять одинаковых бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, не поворачивая. Верно ли, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими?
8. а) Даны треугольники ABC и $A'B'C'$. Известно, что $AB \geq A'B'$, $\angle A \geq \angle A'$, $\angle B \geq \angle B'$. Докажите, что треугольником ABC можно накрыть треугольник $A'B'C'$.
б) На сторонах остроугольного треугольника как на диагоналях построены три квадрата. Докажите, что они вместе покрывают треугольник.
9. а) Квадрат разрезан на треугольники. Докажите, что хотя бы один из них можно покрыть остальными вместе.
б) Параллелограмм разрезан на выпуклые многоугольники. Докажите, что хотя бы один из них можно покрыть остальными вместе. (Треугольники разрешается двигать как угодно)

Московские сборы, 9 класс, гр.Монблан ashap.info/Uroki/Mosbory А.Шаповалов. 8 апреля 2014 г.

Комбинаторная геометрия: покрывтия. На дом

- По1.** (Сдать письменно) Дан остроугольный треугольник ABC . Его покрывают тремя кругами, центры которых лежат в вершинах, а радиусы равны высотам, проведённым из этих вершин. Доказать, что каждая точка треугольника покрыта хотя бы одним из кругов.
- По2.** Длина проекции фигуры Φ на любую прямую не превосходит 1. Верно ли, что Φ можно накрыть кругом диаметра: а) 1; б) 1,5?
- По3.** Докажите, что любой треугольник можно разрезать на три меньших треугольника так, чтобы каждую из получившихся частей можно было покрыть двумя другими.
- По4.** Дан выпуклый пятиугольник, все углы которого тупые. Докажите, что в нем найдутся две такие диагонали, что круги, построенные на них как на диаметрах, полностью покроят весь пятиугольник.

Московские сборы, 9 класс, гр.Монблан ashap.info/Uroki/Mosbory А.Шаповалов. 8 апреля 2014 г.