Пример+оценка

Кто на свете всех милее, всех прекрасней и белее?

В задачах на нахождение наименьшего и наибольшего решение состоит из 3 частей:
1) *Ответ*: число. 2) *Пример*: конструкция, на ней достигается ответ. 3) *Оценка*: рассуждение, почему пример с лучшим ответом никто получить не может.
Такая задача решена, только если и пример, и оценка дают *одинаковый* ответ.

1. а) Какая наименьшая сумма цифр, кратная 7, может быть у четырёхзначного числа?
б) Какая наибольшая сумма цифр, кратная 7, может быть у четырёхзначного числа?
в) У четырёхзначного числа все цифры *разные*, а сумма цифр делится на 7. Какова наибольшая сумма цифр?

Вопрос. аб) Каковы наименьшая и наибольшая возможная сумма цифр четырёхзначного числа? Подходят ли они по условию?
А какие близкие к ним суммы цифр подходят?
в) Может ли ответ быть таким же, как в пункте (а) или (б)?
Для каких из них можно построить пример из чётных цифр?
Советы. 1. Ответ один, а примеров может быть много, достаточно привести любой, но только один.
2. Пример без оценки может давать не наилучший ответ.
3. Оценка без примера может быть слишком оптимистической.

2. а) Какое наибольшее число прямоугольников 1x7 можно вырезать из клетчатого квадрата 8x8?
б) А прямоугольников 1x5?
(Можно оставлять неиспользованные части квадрата)

Вопросы. **а)** Подсчет чего позволяет оценить число прямоугольников?
б) Какова очевидная оценка?
Каков очевидный пример?
Дают ли эти Оценка+Пример решение?
Можно ли сделать оценку так: в приведенный пример нельзя добавить ни один прямоугольник, поэтому лучшего примера нет?
Советы. 1. Найдите *дефицитный ресурс:* то, что удобно считать и использовать для оценки.
2. Если пример не сходится с оценкой, пробуйте с двух сторон: улучшить пример или уточнить оценку.

3. На каток пришли 5 пар брат с сестрой, в каждой брат выше сестры. Они разбились по-новому на пары мальчик с девочкой. В каком наибольшем числе новых пар девочка может оказаться выше мальчика?

Вопрос. Может ли девочка быть выше мальчика в каждой новой паре?

Совет. Проверь почти крайнее: если при очевидной оценке ответа пример не находится, попробуй доказать, что такой ответ невозможен и построить пример на 1 меньше.

Зачётные задачи

ПО1. а) У какого наибольшего трехзначного числа кратного 3 сумма цифр делится на 7?
б) У какого наименьшего натурального числа кратного 9 сумма цифр делится на 7?
ПО2. Арифметическая прогрессия состоит из различных двузначных чисел, но в ней нет чисел 33 и 77. Каково наибольшее количество членов такой прогрессии?
ПО3. На родословном дереве, идущем от Ильи Добрынича Муромца изображено 33 мужчины. Всех зовут Илья, Добрыня или Алексей.
а) У какого наибольшего числа из них имя-отчество могли быть Алексей Ильич?
б) Среди Алексеев поровну Ильичей, Добрыничей и Алексеевичей. Каково наибольшее число Алексеев?
ПО4. а) Клетчатый квадрат 8x8 разрезали по границам клеток на прямоугольники равной площади. Известно, что не все периметры частей одинаковы. Каково наибольшее число прямоугольников?
б) Клетчатый квадрат 8x8 разрезали по границам клеток на прямоугольники равного периметра. Известно, что не все площади частей одинаковы. Каково наибольшее число прямоугольников?

ПО5. В клетках таблицы расставлены натуральные числа. Сумма чисел в каждом столбце равна 5, суммы чисел в каждой строке равна 11. Какое наименьшее число клеток может быть в таблице?

ПО6. За шаг разрешается увеличить или уменьшить на 1 числитель или знаменатель дроби, если при этом получается несократимая дробь со знаменателем больше 1. За какое наименьшее число шагов можно из дроби 1/3 получить дробь 3/10?

ПО7. а) По кругу стоят 33 школьника с острова Рылж. На вопрос «Твои соседи одного пола?» каждый ответил «нет». Каково наименьшее число лжецов в круге? **б)** То же для 30 школьников Рылжа?

ПО8. Трёхзначное число разделили на его сумму цифр. Какой наибольший остаток мог при этом получиться?

ПО9. В шести чашах лежат 1, 2, 3, 4, 5 и 6 слив. За один ход можно из одной чаши переложить в другую столько слив, сколько в другой уже есть. Какое наибольшее число слив можно собрать в одной чаше такими ходами?