

## Ослабление условий

Лучше синица в руках, чем журавль в небе.

1. а) Придумайте три различных числа, чтобы их сумма делилась на каждое из них;
- б) то же, но каждое из чисел должно быть больше 100;
- в) то же, но у каждого из чисел сумма цифр должна быть больше 100.

**Вопросы.** б) Какая операция с числами и суммой не нарушит делимости?

в) Умножение на какое число даст результат с большой суммой цифр?

**Совет.** Если конструкцию сложно придумать из-за слишком жестких условий, то можно условия разделить на *принципиальные* и *технические*. От технических можно сначала отказаться или их ослабить, построить заготовку с оставшимися условиями, а потом эту заготовку доработать.

2. а) Разложите 100 орехов на 7 кучек, чтобы разница между самой большой и самой маленькой кучками была не больше одного ореха.
- б) Разложите 100 орехов на 7 разных по численности кучек, чтобы разница между самой большой и самой маленькой кучками была не больше 7 орехов.

**Вопросы.** а) Можно ли разложить орехи на 7 равных кучек?

Сколько разных размеров кучек может быть в примере?

б) Как можно из двух равных кучек орехов сделать две неравные? А из трёх равных – три неравные?

**Совет.** Кажется, что условие «не равные» противоположно условию «равные». Но используем «почти равные» – оно близко и тому, и другому... И в общем случае *ослабленное условие* находится между «надо» и «хочется».

3. Из нескольких пятиклеточных фигурок на рисунке сложите



- а) квадрат;
- б) такую же по форме фигурку, но большего размера.

**Вопросы.** а) Какая фигура промежуточна между квадратом и данным L-пентамино?

Сложите из L-пентамино «кирпич», а из кирпичей – квадрат.

**Совет.** Намечайте промежуточные цели-кирпичи, которые помогут достичь главной цели.

4. а) Приведите пример двух прямоугольников, чтобы площадь первого была *меньше* половины площади второго, а периметр был, наоборот, больше удвоенного периметра второго.
- б) Квадрат разбили на два многоугольника. Площадь первого меньше половины площади второго. Может ли периметр второго быть, наоборот, меньше половины периметра первого? (Граница многоугольника должна быть *одной* замкнутой ломаной)

**Вопросы.** а) У какого прямоугольника с площадью 100 наименьший периметр? Какая его трансформировать, сохранив площадь, но увеличив периметр?

б) В какой части квадрата собрана его площадь, а в какой – периметр?

Можно ли разрезать квадрат на две части – не обязательно многоугольники – «собрать» в одной «много площади», в другой – «много периметра»?

**Комментарий.** И здесь требование «разбить на многоугольники» оказалось не принципиальным, в заготовке использовался «почти многоугольник» – с дыркой.

### Зачётные задачи

**ОУ1.** Разложите 1000 орехов на 20 кучек разного размера так, чтобы любые две кучки отличались не больше чем вдвое.

**ОУ2.** Можно ли квадрат разрезать на равные треугольники и сложить из них два неравных квадрата?

**ОУ3. а)** Приведите пример графа, где встречаются вершины только двух степеней, по 50 вершин каждой степени.

б) Приведите пример графа, где встречаются вершины только двух степеней, причём вершин одной степени на 55 больше, чем другой.

**ОУ4. а)** Может ли число, кратное 55, быть суммой трёх своих различных делителей?

б) Может ли точный куб быть суммой шести своих различных делителей?

**ОУ5.** Многоугольник *разносторонний*, если в нём нет сторон одинаковой длины.

**а)** Приведите пример разностороннего многоугольника со сторонами, идущими по границам клеток клетчатого листа.

**б)** Приведите пример клетчатого квадрата, разбитого на два разносторонних многоугольника.

**в)** Существует ли клетчатый квадрат, разбитый ровно на 10 разносторонних многоугольников?

**ОУ6.** Можно ли провести на плоскости 6 прямых так, чтобы никакие три прямые не проходили через одну точку и всего получилось

**а)** ровно 16;

**б)** ровно 14 точек пересечения?

**ОУ7.** Можно ли составить строку из 7 натуральных чисел, где каждое число, кроме последнего, делится на следующее, но имеет меньшую сумму цифр чем следующее? (Вот пример такой строки всего из трёх чисел: 102, 34, 17).

**ОУ8\*.** Приведите пример таблицы  $2 \times 3$ , заполненной шестью различными натуральными числами так, чтобы произведения в столбцах были равны, и суммы в строках тоже были равны (но суммы могут отличаться от произведений).