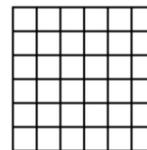


Кодирование цифрами и символами. Число подмножеств.

Прапорщик: Если вы, математики, такие умные, то что ж вы строим не ходите?!

1. а) У скольких пятизначных чисел запись начинается на 2026?
б) У скольких *шестизначных* чисел запись начинается на 2026?
в) А у скольких *шестизначных* чисел запись *оканчивается* на 2026?



Вопрос. Чем числа в (а) отличаются между собой? А в (б)? А в (в)?

Совет. Вместо больших объектов удобнее считать их короткие *коды*. Если у объектов есть одинаковая общая часть, кодом варианта может служить *отличающуюся часть*.

2. а) Сколько квадратов 3x3 можно увидеть на чертеже?
б) А сколько квадратов всевозможны размеров можно увидеть на чертеже?

Вопрос. Где может быть расположен верхний левый квадратик квадрата 3x3?

По какому параметру можно разбить все возможные квадраты на удобные для подсчета группы?

Совет. *Кодом* может выступать не только комбинация цифр или букв, но и деталь конструкции. Здесь кодом квадрата была клетка и размер квадрата. Впрочем, при желании можно было клетки занумеровать или обозначить буквами.

3. а) Первоклассник Юра очень умён, но умеет писать пока только цифры 1 и 2. Он выписал все трёхзначные числа, которые мог. Сколько чисел он выписал?
б) Сколько времени потратит Юра, чтобы выписать все пятизначные числа, в которых есть только цифры 1 и 2? Каждую цифру он пишет за одну секунду.
в) Юра выписал все числа из 1 и 2, меньше миллиона. Сколько всего чисел он выписал?
г) Триша умеет писать пока только цифры 1, 2 и 3. Сколько разных четырёхзначных чисел может он написать?

Вопрос. Как организовать выписывание, чтобы ничего не пропустить и не повториться?

Поможет ли знание трёхзначных чисел выписать пятизначные?

Совет. Дерево помогает не спутать множители с их количеством. Перемножаются числа, равные количеству вариантов на каждом шаге. А число этажей – вверху, в показателе :

(*вариант шага*)^{число этажей}.

4. Учитель дал классу тест из пяти вопросов. За верный ответ на вопрос от ставил «+», а за неверный или отсутствие ответа ставил «-», а в конце каждой работы записывал результат (например, ++-+-). Удивительным образом ни у каких двух учеников результаты не совпали.

- а) Могло ли в классе быть 30 учеников? б) А 33?

Вопрос. Чем результат учителя похож на Юрины числа?

Сколько различных строк мог написать учитель?

Совет. Часто кодируют строками символов. Код из двух цифр (обычно 0 и 1) называется *бинарным*. Есть 2^n бинарных кодов длины n .

5. Саша выложила на своей странице в Facebook 10 новых фотографий. Её друзья поставили "лайки" на понравившиеся им фотографии. Никакие два друга не "залайкали" в точности один и тот же набор фотографий. Какое наибольшее число друзей могли просмотреть Сашины фотографии?

Вопрос. Составим таблицу, кто какие фото лайкнул: строки – друзья, столбцы фото. Как может выглядеть строка?

Совет. Количество наборов, выбираемых из n предметов (включая набор из 0 предметов и набор из всех n предметов) равно количеству подмножеств во множестве из n элементов (включая пустое и полное) и равно 2^n .

Задачи на дом

- КД1. а) Сколько разных 6-значных чисел можно записать, используя только цифры 2 и 6?
б) Сколько разных 4-значных чисел можно записать, используя только цифры 2, 0 и 6?

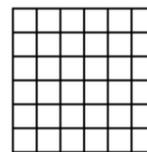
КД2. В кружок "Юный прогульщик" записались семь человек. Они договорились прогуливать занятия кружка так, чтобы каждый раз состав пришедших участников оказывался разным.

- а) Сколько занятий это может продолжаться?
б) На какое наибольшее число занятий кружка могут прийти ровно два кружковца?
в) А ровно пять кружковцев?

КД3. За каждую из пяти задач олимпиады можно получить +, +-, -+ или -. В итоге составляется таблица (например, как на рис. справа). Сколько разных итоговых таблиц может получиться?

1	2	3	4	5
+	+	-+	-	+

КД4. Сколькими способами можно закрасить одну или несколько клеток на рисунке так, чтобы получился прямоугольник



а) накрывающий левую нижнюю клетку;

б) накрывающий левую нижнюю или правую нижнюю клетку?

КД5. Бестолковые новобранцы построились по росту в колонну из 16 человек, но одни лицом вперед, а другие – спиной вперед. Сколькими способами они могли встать так, чтобы каждый видел перед собой не менее 3 новобранцев?

КД6. В телеграфной азбуке Морзе каждая буква кодируется с помощью последовательности точек и тире, всего от одного до пяти символов. Например, буква А записывается как «.-», буква Е как «.», буква Ц как «-.-». Почему все болгарские буквы получили коды из не более чем 4 символов, а у некоторых русских букв код состоит из 5 символов? (Русский алфавит получился из болгарского добавлением букв Ё, Й, Э)

КД7. а) У скольких 6-значных чисел в записи есть группа из цифр 2026, идущих подряд?

б) У скольких 6-значных чисел в записи есть группа из цифр 6666, идущих подряд?

КД8. У Луизы есть 10 синих и 10 белых кубиков. Сколько по-разному раскрашенных 10-этажных башен с нечетным числом кубиков каждого цвета может построить Луиза? (Башня состоит из одного кубика на каждом этаже)

КД9. Слово из 10 букв начинается с К, а каждая следующая буква либо совпадает с предыдущей, либо следует за ней по алфавиту, Например КЛЛММММНОО. Сколько всего таких слов?

КД10*. Каждую неделю дядька Черномор делит 33 рядовых богатыря на две смены. С одной сменой он ходит в дозор с утра сам, а другая смена ходит в дозор по вечерам. Через какое наименьшее число недель может оказаться, что каждая пара рядовых богатырей хотя бы одну неделю побыла в разных сменах?