

Дроби и доли. Пересчёт в целые

- Вам торт порезать на 12 кусков?

- Порежьте на 6, а то 12 кусков я не съем...

1. Буйвол съедает копну сена за 5 суток, мул за 12, лама – за 20 суток. За какое время съедят копну сена буйвол, мул и лама вместе?

Вопросы. Какую часть копны съедает в день каждое из животных?

Как разделить копну на равные тюки, чтобы каждый съедал за день целое число тюков?

Совет. Введите мерку так, чтобы все нужные величины были целыми.

2. В стране имеют хождение монеты в 1 динар, а также в $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$ динара. Гость жил в гостинице и платил каждый день одну и ту же сумму, получая причитающуюся сдачу. Вначале у него был 1 динар. Мог ли гость прожить в гостинице 10 дней?

Вопросы. Какую самую маленькую сумму можно заплатить указанными монетами со сдачей? Равна эта сумма самой маленькой монетке?

Сколько дирхемов должно быть в динаре, чтобы монетки были в целое число дирхемов?

Совет. Если все монеты целые, то минимальная оплата равна наибольшему общему делителю.

3. После того, как Наташа съела половину персиков из банки, уровень компота понизился на одну треть. На какую часть (от полученного уровня) понизится уровень компота, если съесть половину оставшихся персиков?

Вопросы. Чему равна половина от 30 м? А две трети? Какую часть от 25 руб составляют 10 руб?

На сколько чашек надо поделить объём всего компота, чтобы все указанные в задаче части были целыми?

Советы. Дроби можно понимать как доли чего-то целого. При подходящей мерке все нужные доли тоже будут целыми.

Объёмы персиков и объём жидкости можно мерить одной меркой.

Дробь зависит часть какого именно целого мы считаем.

4. Найдутся ли пять различных обыкновенных дробей с числителем 1, чтобы сумма двух из них была равна сумме остальных трёх?

Вопросы. Найдутся ли пять различных целых чисел таких, что сумма двух из них была равна сумме остальных трёх?

Сохранится ли равенство, если мы все слагаемые поделим на одно и то же число?

На какое число надо поделить, чтобы все слагаемые стали дробями с числителем 1?

Советы. Общий знаменатель – это единый масштаб для набора чисел. Например, $\frac{1}{100}$ – это новая единица измерения (сантиметр или процент). Меняя масштаб (знаменатель), мы можем все обыкновенные дроби сделать целыми.

5. Числитель и знаменатель дроби – натуральные числа, дающие в сумме 77, а сама дробь не превосходит $\frac{1}{4}$. Найдите наибольшую такую дробь.

Вопросы. Как сравнить две дроби, если у них одинаковые знаменатели? А если – одинаковые числители?

Как выписать по возрастанию все дроби с суммой числителя и знаменателя 77?

Пусть числитель – орехи малыша, а знаменатель – Карлсона. Что можно сказать о соотношении орехов?

Какова доля орехов малыша среди всех орехов?

Советы. Удобно сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями (чем числитель больше, тем больше дробь) или с одинаковыми числителями (чем знаменатель больше, тем меньше дробь). Можно сравнить и через промежуточную сократимую дробь: $\frac{4}{15} < \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$. Но это можно понять и через *долю*: доля 4 в 15 меньше трети, поэтому $\frac{4}{15} < \frac{1}{3}$.

Зачётные задачи

ДД1. Малыш может съесть торт за 6 минут, а Карлсон – за 3. За сколько минут они съедят торт вместе?

ДД2. Юра взял у товарища книгу на 3 дня. В первый день он прочитал полкниги, во второй – треть остатка, в третий – вдвое меньше, чем за первые два дня вместе. Успел ли Юра прочитать книгу?

ДД3. В ряд записаны три различные дроби с числителем 1. Может ли ряд быть арифметической прогрессией?

ДД4. Можно ли от куска веревки длиной $\frac{8}{15}$ м отрезать ровно полметра, пользуясь только складыванием пополам?

ДД5. В магазин привезли три разных мешка с сахаром. Половина первого мешка весит в 6 раз больше чем треть второго мешка. Половина второго мешка весит в 9 раз больше чем треть третьего мешка. Во сколько раз треть первого мешка тяжелее половины третьего мешка?

ДД6. Каково наименьшее число участников кружка, если самую трудную задачу листка решили меньше половины, но больше 0,4 участников?

ДД7. а) Можно ли клетчатый квадрат 9×9 разрезать по границам клеток на прямоугольники периметра 14?

б) Можно ли квадрат со стороной 1 разрезать на пять прямоугольников с периметром 2 каждый?

в) Можно ли квадрат со стороной 1 разрезать на семь прямоугольников с периметром 2 каждый?

ДД8. В стране Ш. среди русских каждый 80-й айтишник, а среди всех жителей айтишник только каждый 100-й. Что больше в стране Ш.: доля русских среди айтишников или доля русских среди всех жителей?

ДД9. Хоббит тратил одну монету на тарелку каши и кружку эля. Когда цены выросли на $1/5$, на ту же монету хоббит приобретал полтарелки каши и кружку эля. Хватит ли ему той же монеты хотя бы на кружку эля, если цены вырастут еще на $1/5$?

ДД10*. Клетчатая таблица называется *магическим квадратом*, если все числа в ней различны и суммы чисел во всех строках и столбцах одинаковы. Можно ли из ряда $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{9999}{10000}$ выбрать 9 дробей и составить из них магический квадрат 3×3 ?