

Не единственный пример

– Обронили там, а ищите здесь?!

– Так там темно, а здесь хоть фонарь горит...

1. Есть по 100 белых и чёрных ладей. Какое наибольшее число ладей можно поставить на шахматную доску 8×8 так, чтобы ладьи одинакового цвета друг друга не били (ладьи бьют друг друга, если они стоят на одной вертикали или горизонтали и между ними нет других ладей).

Вопрос. Что ещё есть чёрное и белое на шахматной доске? Как это использовать?

Совет. Высматривай знакомое: ответом может оказаться хорошо знакомый объект, просто надо посмотреть на него под нужным углом.

2. Ищем решения уравнения $28x + 30y + 31z = 365$ в натуральных числах.

а) Найдите хотя бы одно решение.

б) Найдите ещё одно решение.

Вопросы. а) Где ещё вам встречались числа 28, 30, 31 и особенно 365? Какую связь между ними устанавливает равенство из задачи? Каков физический смысл чисел x , y и z ?

б) Как можно, перекидывая дни между месяцами, получить из одного решения другое?

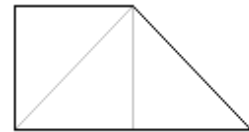
Совет. Знакомый объект можно использовать не только как готовое решение, но и как заготовку, то есть «почти решение», которое можно довести до решения.

3. Можно ли цифры от 1 до 9 выписать в ряд так, чтобы сумма каждой пары соседей была простым числом?

Вопросы. Сколько сумм в первом пришедшем на ум ряду окажутся простыми? Какие суммы не просты? Как «подправить» ряд, чтобы и они стали простыми?

Совет. Соображения *выгоды* не дают гарантии, но облегчают поиск *какого-нибудь* примера. Тем более, если ищем «почти пример», который можно улучшить до нужного.

4. Фигура на рисунке (трапеция) сложена из трех равных треугольных половинок квадрата. Разрежьте трапецию на 4 равные части.



Вопрос. Какую долю площади квадрата должна иметь площадь одной части? А если нарисовать эту фигуру на клетчатой бумаге с более мелкими клетками?

Совет. Непривычную ситуацию можно сделать более понятной, поместив её в привычную обстановку. Например, перенеся задачу на разрезание на клетчатую плоскость. Резать по клеточкам проще – меньше вариантов, можно считать клеточки, да и опыта таких разрезов больше. Если сетки нет, полезно её ввести, перерисовав картинку на клетчатую бумагу. «Неподходящую» сетку можно «улучшить», измельчив, укрупнив, сдвинув или повернув.

Кроме квадратных сеток бывает еще треугольные.

5. Можно ли выписать несколько различных чисел по кругу так, чтобы каждое было ровно на 5 меньше суммы двух своих соседей?

Вопросы. Зная два соседних числа, можем ли мы найти следующее? Что мешает продолжать такой ряд как угодно долго? В каком случае ряд можно замкнуть в круг? С каких чисел выгодно начать ряд?

Совет. Если есть шанс, стартовав с чего-нибудь, однозначно достроить всё до целого, нужно попытаться. Даже при неудаче мы можем заметить закономерности, которые помогут избежать неудачи в следующей попытке.

Зачётные задачи

Задачи НП1-НП4 сдать до 18:00 16 января.

НП1. Какое наибольшее число белых и чёрных слонов можно расставить на шахматной доске 8×8 так, чтобы слоны одинакового цвета не били друг друга? (Слоны бьют друг друга, если стоят на одной диагонали и между ними нет других слонов)

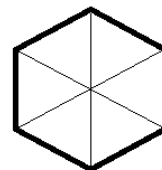
НП2. В недавнем прошлом была дата 21.02.2012, которая читается одинаково слева направо и справа налево. А будет ли в ближайшие 50 лет ещё такая дата?

НП3. а) Разрежьте уголок из трёх клеток (см. рис.) на 4 равные части.



б) Разрежьте квадрат на равные части и сложите из них два меньших неравных квадрата.

НП4. Из 6 равносторонних треугольников сложили правильный шестиугольник (см. рис). Разрежьте его на 8 равных частей.



НП5. Выписаны N различных натуральных чисел. Произведение любых двух из них – двузначное число. Каково наибольшее N ?

НП6. Можно ли выписать больше сорока натуральных чисел (не обязательно различных) так, чтобы их сумма была равна их произведению?

НП7. Можно ли в квадрат со стороной 1 м поместить несколько не соприкасающихся квадратов с суммой периметров больше 10 м?

НП8. Хозяйка ожидает, что за стол сядут либо семеро, либо пятеро гостей. Как ей заранее разрезать пирог весом 700 г на 11 кусков так, чтобы его можно было раздать гостям поровну (по весу) в любом случае?

НП9. При игре в кучки надо одну из кучек орехов разделить на две меньшие кучки так, чтобы во всех кучках было разное число орехов. Вначале была одна куча из 100 орехов. После нескольких ходов Жоре досталась позиция из 10 кучек. Может ли случиться, что Жора не сможет сделать следующий ход?

НП10*. Можно ли раскрасить грани 64 единичных кубиков в 4 цвета так, чтобы для каждого из этих цветов можно было сложить куб $4 \times 4 \times 4$, покрашенный в этот цвет снаружи.