

Делители из разложения на простые множители

В занятии рассматриваем только натуральные числа.

1. Произведение трёх натуральных чисел равно 77, а их сумма – меньше 77. Найдите эту сумму..

Вопрос. Как найти возможные числа?

Советы. Все возможные делители получаются перемножением простых делителей.

Помните о делителе 1.

Определение. У каждого числа n есть делители 1 и n . Они называются *несобственными*. Все остальные делители называются *собственными*.

2. Сколько различных делителей у числа а) 45; б) 200. Как выписать их все?

Вопросы. Пусть b кратно d и в разложении b на простые есть только 3 и 5. Какие простые могут быть в разложении d на простые?

Если в этом разложении b есть ровно 4 множителя 3, сколько раз может встретиться 3 в разложении d ?

Совет. Число d делитель числа $p^m \cdot q^n \Leftrightarrow d = p^k \cdot q^l$, где $0 \leq k \leq m, 0 \leq l \leq n$.

Теорема. а) У числа $p^m \cdot q^n$, где p и q – различные простые числа, есть ровно $(m+1)(n+1)$ делителей.

б) У числа $p^m \cdot q^n \cdot r^l$ (где p, q и r – различные простые числа) есть ровно $(m+1)(n+1)(l+1)$ делителей.

в) У числа $p^m \cdot q^n \cdot r^l \cdot s^k$ есть ровно $(m+1)(n+1)(l+1)(k+1)$ делителей, и т.п.

Определение. Два числа называются *взаимно простыми*, если у них нет общих делителей больше 1.

Вопросы. Обязательно ли два последовательных числа взаимно просты?

Есть ли число, которое взаимно просто с любым другим числом?

3. а) Произведение двух взаимно простых чисел равно 1000. Найдите эти числа.

б) На сколько нулей заканчивается произведение $20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot \dots \cdot 30$?

Вопросы. Делитель числа 1000 разложен на простые множители. Какой вид имеет такое разложение?

Что можно сказать о простых сомножителях двух взаимно простых чисел?

Какие простые сомножители обязательно есть у числа, заканчивающегося на 000?

На сколько нулей заканчивается число $5^5 \cdot 3^3 \cdot 2^2$?

Советы. Чтобы разбить произведение простых на два множителя, разбейте простые делители на две группы.

Чтобы множители были взаимно просты, все одинаковые простые делители должны попадать в одну и ту же группу.

Количество нулей в конце числа равно минимуму из количества двоек и количества пятёрок в разложении числа на простые.

4. Малыш и Карлсон поделили между собой числа 1, 2, ..., 10. Каждый нашёл произведение своих чисел.

а) Докажите, что их произведения не равны.

б) Произведение Карлсона делится на произведение Малыша, частное равно q . Каково наименьшее q ?

Вопросы. Какие простые числа есть в разложении произведений на простые множители?

По сколько раз встречается каждое простое?

Какое из простых мешает равенству?

На что заведомо делится q ?

Советы. Разложенные числа удобно делить друг на друга через сокращение дроби.

Чётность показателей степени может играть важную роль.

Зачётные задачи

Сдать до 18.00 19 декабря

- ДП1. Сколько различных делителей у числа а) 2025; б) 25250?
- ДП2. Найдите все делители числа 210, у которых сумма цифр чётна.
- ДП3. Найдите все решения ребуса $***\cdot**=1001$. (** означает любое двузначное число)
- ДП4. Можно ли разбить на две группы с одинаковым произведением
- а) все делители числа 40;
- б) все делители числа 50?

Сдать до 20.00 28 декабря

- ДП5. Какое наибольшее число *различных* прямоугольников площади 90000 можно нарисовать по границам клеток?
- ДП6. Получая натуральные номера, трое ребят делали предположения. «Мой будет кратен 25» сказал Натан. «Мой будет кратен 10» сказал Олег. «Мой будет кратен 4» сказал Платон. Оказалось, не угадал только один из них, а произведение номеров равно 900. Кто из них угадал?
- ДП7. Существует ли двузначное N, у которого сумма всех делителей (включая несобственные)
- а) больше $2N$; б) равна $2N$?
- ДП8. При каком наименьшем N число $N!$ делится на а) 2025; б) 2025^3 ?
($N!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot N$)
- ДП9. а) Найдите все пары последовательных двузначных чисел, чье произведение заканчивается на два нуля.
- б) Найдите все пары последовательных трёхзначных чисел, чье произведение заканчивается ровно на три нуля.
(Последовательные числа идут с шагом 1)
- ДП10*. Клетчатый квадрат 20×20 разрезали по границам клеток на 20 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.
- ДП11*. а) Найдите пять делителей числа 10000, которые не делятся друг на друга.
- б) Докажите, что другой такой пятёрки делителей нет.

Онлайн-кружок 6 класса, 12 декабря 2025 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Mmoln/2025-26/index.html>