

ПЕРЕБОР ПО СПИСКУ

Лев: Лось, олень, барсук, заяц приходят по одному, я вас съем.

Заяц: А можно не приходить?

Лев: Ну ладно, вычёркиваю.

1. а) Найдите все числа от 1 до 30, которые больше суммы своих цифр, при этом в целое число раз;

б) Найдите все двузначные числа, которые больше суммы своих цифр в 8 раз.

Вопросы. Сколько чисел надо проверить в (а)?

Каким свойством обладают «подозрительные» числа в (б)?

Сколько чисел с таким свойством?

Советы. Список случаев должен покрывать *все возможные* случаи. Список лучше составить *заранее*, а потом *все* варианты проверить.

При прочих равных лучше выбирать список покороче.

Сократить список могут помочь свойства, которые *точно есть* у всех подходящих случаев..

2. Сумма различных простых чисел равна 26. Сколько может быть слагаемых?

Вопросы. Каково наименьшее число слагаемых? А наибольшее?

Что можно сказать о чётности слагаемых?

Советы. Когда надо строить конструкции с разными значениями параметра, полезно составить список возможных значений параметра.

Список значений можно ограничивают оценками снизу и сверху, а также уменьшают за счёт чётности или делимости.

3. Трое купцов ждут караван. «Там будет больше десяти мулов» – предположил первый. «Все же наверно меньше десяти» – возразил второй. «Ну уж хоть один мул там будет, не все же верблюды» – сказал третий. Когда караван пришёл, выяснилось, что лишь один из троих оказался прав. Сколько мулов было в караване?

Вопросы. Могло ли в караване прибыть 100 мулов?

Кто из купцов может быть прав?

Какие варианты стоит проверить, чтобы один из них точно реализовался?

Советы. В логических задачах, где часть утверждений верны, а часть неверны, есть такие типовые способы:

1) выбрать ключевое утверждение (из которого много что следует), оно либо истинно, либо ложно;

2) выбрать список утверждений, про которые известно, что ровно одно из них истинно.

Опираясь на очередное истинное утверждение, дальнейшие рассуждения вести легче.

4. На клетчатой бумаге нарисованы два прямоугольника со сторонами по линиям сетки.

Сторона каждой клетки равна 1. Может ли у этих прямоугольников быть одинаковый периметр, если

а) их площади 30 и 40;

б) их площади 40 и 50?

Вопросы. Какие размеры могут быть у каждого из прямоугольников?

Почему вариантов размеров не так много?

Как связано число вариантов для данной площади с числом делителей?

Можно ли получить ответ в (а) без перебора всех вариантов?

Можно ли получить ответ в (б) без перебора всех вариантов?

Советы. Для ответа «может» достаточно одного примера; можно попытаться епример угадать, и только если не получится, начать перебирать.

Для ответа «не может» придётся проверить все варианты.

5. Перед хоккейным матчем Метеор-Вымпел было дано пять прогнозов:

1. Вымпел не победит; 2. Вымпелу забьют; 3. ничьей не будет; 4. Метеор победит; 5. в матче будет забито ровно 3 шайбы.

Ровно три прогноза оказались верными. С каким счетом закончился матч, и в чью пользу?

Вопросы. Какой исход матча кажется более вероятным на первый взгляд?

Есть ли простой список исходов, один из которых точно случиться?

Советы. Список должен быть простым и взаимоисключающим. Детали ответа можно выяснить, найдя верный элемент списка.

Если в варианте не всё определяется, он всё равно может быть сведён к противоречию и отброшен. А остаться может тот вариант, который сначала казался невероятным.

Зачётные задачи

ПС1. Сколько двузначных чисел делятся на произведение своих цифр?

ПС2. Как-то встретились три жителя острова Рылж: Тан, Тон и Лег. Один из них сказал: «Тан и Тон – оба лжецы», другой сказал: «Тон и Лег – оба лжецы» (но кто именно что сказал – неизвестно). Сколько всего лжецов среди этих трех жителей?

ПС3. Сумма различных двузначных простых чисел равна 100. Сколько может быть слагаемых?

ПС4. В стране Непедагогии дети врут только родителям, а родители — только детям (но уж врут всегда). В семье, кроме папы и мамы, трое детей. Жора сказал Поле, показав на Улю «Но я же старше неё!», а потом Лизе, показав на Юру «Но я же старше него!». Как зовут папу и маму?

ПС5. Никита на несколько лет младше Андрея. Могло ли в 2025 году каждому из них исполниться столько лет, какова сумма цифр его года рождения?

ПС6. У Д'Артаньяна и трёх мушкетеров в сумме 100 монет. Они едут в ряд, плечом к плечу. У тех, кто справа от Арамиса, в сумме 75 монет; слева от Атоса – 55 монет, а слева и справа от Портоса монет поровну. Сколько монет у Д'Артаньяна?

ПС7. На яхте плыл один пассажир и он убит. На допрос вызваны все 5 членов экипажа.

Капитан: в убийстве участвовал боцман.

Боцман: кок к убийству он не причастен.

Кок: в убийстве участвовал матрос.

Матрос: юнга не причастен к убийству.

Юнга: в убийстве участвовали двое или трое.

Впоследствии выяснилось, что все виновные в убийстве солгали, а невинные говорили правду. Так кто же участвовал в убийстве?

ПС8. Петя и Олег делят два яблока веса 100 и 150 г и одну грушу. Фрукты они не режут. Сначала делил Петя, взяв себе вдвое больше (по весу). Недовольный Олег переделил по-другому, взяв себе в полтора раза больше Пети. Найдите вес груши.

ПС9. а) Квадрат со стороной 20 разрезали на 4 прямоугольника одинакового периметра. Обязательно ли все длины сторон частей – целые числа?

б*) Квадрат со стороной 12 разрезали на 4 прямоугольника одинакового периметра. Обязательно ли все длины сторон частей – целые числа?