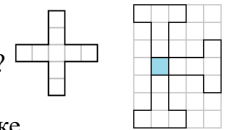


## Круги Эйлера и учёт повторов

1. а) Сумма чисел в клетках креста равна 36, сумма чисел на вертикальной палочке равна 16, а на горизонтальной – 25. Какое число записано на центральной клетке креста?



б) В фигуре из 16 клеток три шестиклеточные Т накрывают цветную клетку в центре. Сумма чисел в фигуре равна 100, а в каждой из Т – по 40. Найдите число в цветной клетке.

**Вопросы.** Почему сумма на палочках не равна сумме в кресте?

Во сколько шестиклеточных Т входит цветная клетка?

Верно ли что сумма в фигуре отличается от суммы трёх Т на цветное число?

**Советы.** При сложении перекрывающихся частей надо правильно учесть излишек от кусков, посчитанных дважды и трижды.

2. Сколько трёхзначных чисел

а) делятся на 5?

б) делятся на 8?

в) делятся на 40?

г) не делятся ни на 8, ни на 5?

**Вопросы.** Сколько всего трёхзначных чисел?

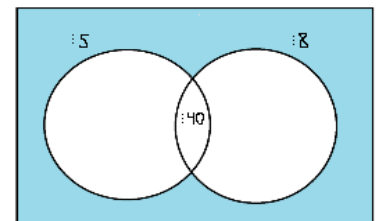
Почему количество кратных 8 не равно  $900:8$ ?

Пусть числа из (г) хорошие. Каким свойством обладают плохие трехзначные числа?

Как найти количество хороших, если знаешь количество плохих?

**Советы.** Вместо проверки двух свойств «кратно а и кратно б» проверяйте одно «кратно  $ab$ » (если а и б взаимно просты).

Если целое можно разбить на «плохие» и «хорошие», то можно искать сколько «плохих», а количество хороших вычислить как «все остальные».



3. На вопрос «В какой город ты бы поехал на экскурсию?» 60 человек

указали Санкт-Петербург, 50 – Москву, 40 – Новгород. Составили три списка: тех, кто готов поехать ровно в один из этих городов, ровно в два, во все три. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?

**Вопросы.** Пусть экскурсии состоялись, и каждый получил открытку с видом города. Как сосчитать общее число открыток двумя способами?

**Советы.** При неоднозначном выборе полезно отмечать каждый выбор открыткой, бейджиком, крестиком в таблице и каждый раз проверять, что суммируешь: людей или крестики.

4. а) Сняты три сериала. Сколько всего актёров снялось в них, если из них 50 актёров снялись ровно в одном из сериалов, 30 – ровно в двух из сериалов, 20 – во всех трёх сериалах?

б) Сняты три сериала А, В и С. Сколько всего актёров снялось, если в каждом сериале снимались по 40 актёров, в каждой из пар сериалов АВ, АС, ВС – по 25 актёров, а 20 актёров — во всех трёх сериалах?

**Вопросы.** Как изобразить данные чтобы не запутаться?

Пересекаются ли сосчитанные группы актёров из пункта (а)? А из пункта (б)?

Если сложить числа актёров по каждому сериалу, сколько актёров будет сосчитано ровно 3 раза? А ровно 2 раза?

Как составить выражение для общего числа актёров в пунктах (а) и (б)?

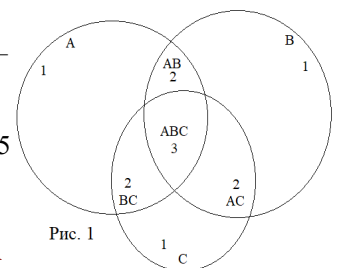


Рис. 1

**Советы.** Легче понять и считать, если разбить на группы, учтенные одинаковое число раз, и посчитать численность каждой такой группы.

**Формула включения-исключения.** Если в сериалах А, В играли  $a, b$  актёров соответственно, в паре АВ –  $t$  актёров, то всего актёров  $a+b-t$ .

Пусть в сериалах А, В, С играли  $a, b, c$  актёров соответственно, в парах АВ, АС, ВС –  $x, y, z$ , во всех трёх сериалах –  $t$ . Тогда всего актёров  $a+b+c-x-y-z+t$  (для групп из нечётного числа сериалов +, чётного – минус).

5. В школе, где 100 учеников, провели три олимпиады. В каждой олимпиаде участвовало нечётное число учеников школы. Тех, кто участвовал во всех олимпиадах, в 2 раза меньше, чем тех, кто участвовал ровно в двух олимпиадах. Докажите, что есть ученик, который ни в одной олимпиаде не участвовал.

**Вопрос.** Как чётность поможет доказать нужное?

Какие неизвестные лучше ввести, чтобы всё посчитать?

Какая вспомогательная величина поможет определить чётности неизвестных?

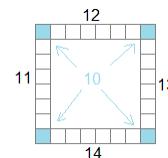
**Совет.** Знание формул помогает не только найти сумму, но и выяснять чётность и делимость.

## Зачётные задачи

**КЭ1.** В колоде 52 карты четырёх мастей, Для гадания атаманша взяла все пики и все картинки (то есть валетов, дам и королей), а остальные карты отложила. Сколько карт выбрала атаманша?

**КЭ2.** Пока мама гостила у камбалы, тринадцать её детей-осьминожков покачались на люстре, а шестеро сшили парус из простыни. Сколько осьминожков успели и то, и другое, если всего в семье семнадцать детей, но один из них сидел в сторонке и в развлечениях братьев не участвовал?

**КЭ3.** В клетках рамки записаны числа. Сумма чисел в четырёх угловых клетках равна 10, а суммы чисел в прямоугольниках  $1 \times 8$  вдоль сторон рамки равны 11, 12, 13 и 14. Чему равна сумма чисел во всей рамке?



**КЭ4.** В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

**КЭ5.** На прогулку пошли шестиклассники и семиклассники. Все они были либо босиком, либо в тапочках. Шестиклассников было 24, а обутых учеников 16. Обутых шестиклассников было на 2 больше, чем босых семиклассников. Сколько учеников ходили на прогулку?

**КЭ6. а)** Из целых чисел от 1 до 333 сколько не делится ни на 4, ни на 7?

**б)** Сколько трёхзначных чисел не делятся ни на 3, ни на 4, ни на 5?

**КЭ7.** Конюшню с бетонными стенами  $6\text{м} \times 6\text{м}$  разбили внутренними деревянными перегородками на стойла  $1\text{м} \times 2\text{м}$ . Чему может быть равна общая длина деревянных перегородок? Найдите все возможные ответы.

**КЭ8.** Андрей, Никита и Платон решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил по 70 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, средней – если двое, и лёгкой, если ее решили все трое. Каких задач больше: трудных или лёгких, и на сколько?

**КЭ9.** На столе гербом вверх лежали 100 монет. Луиза перевернула 70 монет, затем Ульяна перевернула 60 монет, потом Саша перевернула 50 монет, и наконец Натан перевернул 40 монет. В результате все монеты лежат гербом вниз. Сколько монет было перевернуто трижды?

**КЭ10\*.** Кое-кто в классе смотрит хоккей, кое-кто – танцы, но нет таких, кто не смотрит ни то, ни другое. У любителей хоккея средний балл оценок за год меньше 4, у любителей танцев – тоже. Может ли в классе в целом средний балл оценок за год быть больше 4? (Напомним, что среднее нескольких чисел – это сумма этих чисел, деленная на их количество.)

### Дополнительные зачётные задачи

**КЭ11\*.** Куб с ребром длины 20 разбит на 8000 единичных кубиков, и в каждом кубике записано число. Известно, что в каждом столбике из 20 кубиков, параллельном ребру куба, сумма чисел равна 1 (рассматриваются столбики всех трех направлений). В некотором кубике записано число 10. Через этот кубик проходит три слоя  $1 \times 20 \times 20$ , параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев.

Онлайн-кружок 6 класса, 28 ноября 2025 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Mmoln/2025-26/index.html>