

Жадный алгоритм

Я не жадный, я просто экономный.

Напоминание. В задачах на нахождение наименьшего и наибольшего решение состоит из 3 частей:

1) Ответ. 2) Пример. 3) Оценка. Оценка и пример «зажимают в клещи» ответ с двух сторон: худшие ответы не интересны (они хуже примера), а лучшие ответы невозможны (их запрещает оценка). Если же между примером и оценкой зазор, надо что-то улучшить: пример или оценку.

1. Найдите наименьшее пятизначное число, где все цифры различны.

Вопросы. Из каких цифр лучше составлять?

На каком месте стоит самая важная цифра?

В каком порядке лучше подбирать цифры?

Почему найденное число меньше всех других пятизначных чисел с разными цифрами?

Определение. *Жадный алгоритм* – когда пример строят шаг за шагом, делая каждый раз наилучший (наибольший или наименьший) шаг. Если такими шагами пример строится до конца, то получается одновременно и оценка.

Совет. Бывает важен *порядок* шагов.

2. Электронные часы показывают время четырьмя цифрами, от 00:00 до 23:59. Какая наибольшая сумма цифр может быть на часах?

Вопросы. Дает ли наибольшее время наибольшую сумму цифр?

Какая наибольшая цифра в каждом разряде?

Дает ли сумма наибольших цифр наибольшую сумму цифр?

Если пример из наибольших цифр невозможен, то как это влияет на оценку?

Достигается ли эта оценка?

Совет. Жадный алгоритм чаще помогает оценке, чем примеру.

Отклонение от жадности. Часто можно показать, что самый жадный результат невозможен. Это не даёт примера, но даёт оценку. Эта оценка будет *точной*, если удастся достичь результата (построить пример), *следующий за самым жадным*.

3. Клетчатый прямоугольник П разрезали по границам клеток на 6 не равных друг другу прямоугольных частей. Каково наименьшее число клеток в П?

Вопросы. Обязательно ли все площади частей различны?

Составьте список 6 самых маленьких прямоугольников и их площадей? Какова сумма их площадей?

Можно ли из них составить прямоугольник суммарной площади? Почему?

Какова новая оценка площади П?

Какие площади частей дадут в сумме новую оценку?

Советы. Невозможность примера для самой жадной оценки обычно приходится отдельно доказывать, и это – часть новой оценки.

Оценка помогает примеру: когда понимаешь, что экономить, жадный алгоритм очень помогает строить оптимальный пример.

4. Есть по 100 монет достоинствами 1, 8 и 10 руб. Каким наименьшим числом монет можно заплатить без сдачи 444 руб?

Вопросы. Какие монеты выгоднее выбирать – большие или маленькие?

Какое наибольшее количество 10-рублевых монет можно использовать?

$444:10=44(\text{ост } 4)$

Можно ли использовать результат деления для оценки?

Можно ли использовать результат деления для построения примера?

Верно ли соображение: чем больше 10-рублевых, тем лучше (то есть, тем меньше монет понадобится)?

Советы. Всегда думайте, какие шаги выбирать – максимальные или минимальные. Могут понадобиться и те, и другие.

«Чем больше куски, тем меньше их надо». Эта идея полезна в общем, но для доказательства её надо уточнять.

Ответ помогает оценке, а вот пример – совсем не обязательно.

Подсчет наибольших кусков тоже полезнее для оценки, чем для примера. Математически правильно сказать: *если брать даже самые большие куски, то столько-то их все равно не хватит*.

5. Произведение различных натуральных чисел равно 450000. Каково наибольшее количество сомножителей?

Вопросы. На какое наибольшее количество множителей >1 можно разложить 450000, если множители могут повторяться?

Работает ли здесь идея «чем меньше множители, тем больше их получится»? Что будет, если мы начнем отщипывать по одному самый маленький множитель из ещё не использованных?

Как из разложения на простые множители можно получить любое другое разложение на множители?

Какое наибольшее количество различных множителей могут быть простыми?

Какие составные множители самые экономные?

Какую величину мы здесь экономим?

Совет. Не всегда очевидна величина, которую надо экономить или максимизировать. Её надо выбирать с умом.

Для самостоятельного решения

Задачи ЖА1-ЖА4 можно сдавать только до следующего занятия

ЖА1. Какое наименьшее натуральное число можно разложить в произведение трёх различных двузначных составных чисел?

ЖА2. Клетчатый квадрат 6×6 разрезали по границам клеток на части разной площади. Каково наибольшее число частей, если

- а) части могут быть любой формы;
- б) все части – прямоугольники;
- в) все части – не прямоугольники?

ЖА3. Дату записывают 8-ю цифрами, например, 14 ноября 2025 г. как 2025.11.14. Какова ближайшая в прошлом дата, в чьей записи все цифры различны?

ЖА4. Число 77 представили как сумму простых чисел. Каково наименьшее количество слагаемых?

ЖА5. Используя каждую цифру по разу, Ульяна составила арифметическую прогрессию из 5 двузначных чисел.

- а) Приведите пример такой прогрессии.
- б) Какая наибольшая разность может быть у такой прогрессии?

ЖА6. Клетчатую фигуру разрезали по линиям сетки на прямоугольники с разным числом клеток. Каково наибольшее возможное количество частей для фигуры в виде

- а) прямоугольника 7×8 без одной угловой клетки?
- б) прямоугольника 7×8 со всеми клетками?

ЖА7. В ряд сидят несколько жителей острова Рылж. Каждый рыцарь посчитал, сколько лжецов сидит между ним и ближайшим рыцарем. Среди чисел есть 6 различных. Каково наименьшее количество жителей в ряду?

ЖА8. В магазине есть палочки только простых длин, но зато всех: 2 см, 3 см, 5 см, 7 см, и т.д. Какое наименьшее число палочек разных длин можно купить, чтобы сложить из них контур квадрата?

ЖА9*. В 11 чаш разложены 1, 2, ..., 11 груш. За один ход можно из одной чаши переложить в другую d груш если d делитель числа груш в этой другой чаше. За какое наименьшее число ходов можно собрать все груши в одной чаше?

ЖА10. а) По кругу стоят 15 глазастых циклопов. У циклопов, стоящих рядом или через одного, разное число глаз. Какое наименьшее число глаз у всех них вместе?

б*) То же для 16 циклопов.

(У циклопа может быть любое натуральное число глаз.)

Онлайн-кружок 6 класса, 14 ноября 2025 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Mmoln/2025-26/index.html>