

РЫЦАРИ КРУГЛОГО СТОЛА

Добавляем доказательство оценки из соображений делимости. Тренируем строить отрицание к утверждению со словом «все».

Если рыцари и лжецы круглого стола дают однотипные ответы, то расположение часто (хотя и не всегда) состоит из повторяющихся групп. Это помогает узнать их количество, доказать чётность или делимость, получить противоречие.

1. Несколько детей сидят за круглым столом. У каждого соседа одинакового пола. Сколько из этих детей могут быть мальчиками, если

а) всего сидит 30 детей?

б) всего сидит 25 детей?

Вопрос. Пол скольких детей достаточно знать, чтобы восстановить пол всех детей?

Обязательно ли все дети одинакового пола?

Совет. Строгое чередование возможно только в круге из чётного числа человек/объектов.

2. За круглым столом сидят несколько детей. У девочек соседи разного пола, а у мальчиков – одинакового. Сколько девочек может быть за столом, если

а) всего сидит 30 детей?

б) всего сидит 25 детей?

Вопрос. По какой самой маленькой группе рядом сидящих детей можно восстановить всю картинку полов (с точностью до поворота)?

На какие самые маленькие одинаковые группы можно разбить картинку полов в каждом случае?

Совет. Пробуйте найти минимальную часть, по которой всё остальное однозначно восстанавливается.

Если по кругу идут строго повторяющиеся группы, то размер круга делится на размер минимальной группы.

На острове Рылж живут только два племени: лжецы (Л, всегда лгут) и рыцари (Р, всегда говорят правду).

3. За круглым столом сидят 30 жителей Рылж. Сколько рыцарей может быть среди них, если каждый за столом ответил «да» на вопрос:

а) твои соседи из разных племён?

б) следующие 4 за тобой по часовой стрелке – все из одного племени?

Вопрос. (а) Что означает ответ «да» для соседей рыцаря? А для соседей лжеца.

На какую из предыдущих задач очень похож пункт (а)?

б) Что значит ответ лжеца?

По какой самой маленькой группе рядом сидящих жителей можно восстановить всю картинку племён (с точностью до поворота)?

На какие самые маленькие одинаковые группы можно разбить картинку племён в каждом случае?

Совет. «Неправда, что все такие» значит «Есть хоть один не такой».

Совет. Когда лжецы и рыцари высказываются друг о друге, можно перевести это на всегда правдивые условия про девочек и мальчиков.

В задачах на наибольшее/наименьшее решение состоит из 3 частей: Ответа, Примера и Оценки.

4. За круглым столом сидят несколько жителей Рылж. Каждый сказал «Среди двух моих соседей есть лжец». Каково наибольшее число рыцарей может быть за столом, если

а) всего сидит 30 жителей?

б) всего сидит 40 жителей?

Вопросы. Какое наибольшее число лжецов может сидеть подряд? А рыцарей?

Объединим лжеца в группу с сидящими за ним подряд рыцарями. Каков наибольший размер группы? А какова наибольшая доля рыцарей в такой группе?

Совет. В задачах на наибольшее/наименьшее оценку можно получать из делимости или подсчета узких мест.

Совет. По кругу чередуются группы из подряд сидящих лжецов и рыцарей (или мальчиков и девочек). Важный приём: оценить число таких групп и их размеры (особенно, если размеры не обязательно повторяются).

Зачётные задачи

КС1. По кругу стоят 30 островитян. Каждый согласился с утверждением «Среди двух твоих соседей чётное число лжецов». Сколько рыцарей может быть в круге?

КС2. По кругу стоят 30 островитян. Каждого спросили: «Про себя и двух своих соседей можешь ничего не говорить, а верно ли, что все остальные – лжецы? ». Каждый ответил «Да». Сколько рыцарей в круге?

КС3. За круглым столом сидят меньше 40 жителей Рылж. На вопрос «Лжец ли твой правый сосед» каждый ответил не так, как его соседи. Какое наибольшее число островитян могло быть за столом?

КС4. За круглым столом сидят 40 жителей Рылж. На вопрос «Среди твоих 4 соседей (2 справа и 2 слева) есть хотя бы один лжец?» каждый ответил «Да».

а) Каково наименьшее число лжецов в круге?

б) А наибольшее?

КС5. По кругу лежат 30 монет, чередуясь: три орла, три решки, три орла, три решки, Монету, у которой один сосед лежит орлом, другой – решкой, разрешается перевернуть. Петя выполнил 30 разрешённых операций. Какое наибольшее число монет может теперь лежать орлом?

КС6. За круглым столом сидят 10 жителей Рылж, занумерованных по часовой стрелке числами от 1 до 10 (2-й слева от 1-го, 3-й слева от 2-го и т.д.). Первый сказал: «Мой сосед слева – лжец». Второй сказал: «Два моих соседа слева – лжецы». Третий сказал: «Три моих соседа слева – лжецы»... Десятый сказал: «Десять моих соседей слева – лжецы». Сколько среди них рыцарей и где они сидят?

КС7. а) Раздевалки 33 богатырей стоят по кругу. Все одновременно подкинули по монетке, каждый богатырь в своей раздевалке. После этого каждый записал на бумажке догадку, что – орёл или решка – выпало у соседа справа. Как им, заранее договорившись, действовать так, чтобы хотя бы один угадал, как бы ни выпали монетки?

б*) Тот же вопрос про 30 витязей по кругу.

КС8*. По кругу стояли 40 человек боком к центру. Из них 14 человек смотрели в лицо соседа.

а) Скольким людям смотрели в спину?

б) По команде кругом все развернулись на 180 градусов. Самые невезучие и до, и после разворота смотрели в спину соседа. Какое наименьшее число невезучих?

КС9* 28 учеников построили в круг, и в беспорядке раздали номера от 1 до 28. Каждый ответил «Да» или «Нет» на вопрос «Делится ли твой номер на номер соседа справа?». Верных ответов оказалась больше, чем неверных. Какое наибольшее число учеников могло ответить «Да»?