Признаки делимости, примеры из цифр

В этом занятии все числа натуральны.

1. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100. Вопросы. На что заведомо делится число, оканчивающееся на 0; на 00; на 000? Для каких чисел работает признак делимости «хвоста»: число делится <=> делится? На что заведомо разделится число 10, 100, 1000, если от него отнять «головную» цифру? Советы. а) Мысленный хвост из нулей поможет вспомнить признак делимости хвоста. 6) Признак делимости на 3 и на 9 вылезает из делимости чисел 99...9.

2. Как проверить, делится ли число на а) 6 б) 12 в) 15 г) 18 д) 30 е) 45 ж) 75 з) 225? Вопросы. На какие простые множители раскладываются числа из условия? А на какую пару самых больших чисел из условия 1 можно разложить числа из условия 2? Есть ли у чисел пары общие простые множители? Число делится на 4 и на 6. Обязательно ли оно делится на 24?

Определение. Два числа *взаимно просты*, если у них нет общих простых множителей. **Факт.** Если числа *а* и *b взаимно просты*, а число *N* делится на *а* и на *b*, то *N* делится на *аb*.

- 3. а) Найдите наименьшее трёхзначное число, кратное 36.
- б) Найдите наибольшее трёхзначное число, кратное 36.
- в) Сколько всего трёхзначных чисел кратно 36?

Вопросы. На какие ещё числа делится число, кратное 36?

Среди каких чисел, близких к 100, проще искать кратное 36?

Среди каких чисел проще искать наибольшее четырёхзначное кратное 36?

Что за ряд образуют числа из пункта (в)?

Советы. Числа, кратные k, образуют прогрессию с шагом k.

Наибольшее или наименьшее число можно найти, шагая по кратным вблизи границы.

Количество кратных удобно искать как количество членов прогрессии.

4. Маленькая Алина пока умеет писать только две цифры: 1 и 2. Может ли она написать 12-значное число, кратное 7?

Вопрос. А какое самое маленькое число кратное 7 может написать Алина? **Совет.** Примеры длинных чисел, кратных N, можно скливать из кусочков, кратных N.

- 5. Натуральное число оканчивается на 30, делится на 30 и его сумма цифр равна 30.
- а) Может ли такое число быть пятизначным?
- б) Найдите наименьшее такое число.

Вопрос. Какое из трёх требований выполнится самом собой, если выполнены два других? Какая самая большая сумма цифр может быть у пятизначного числа с хвостом 30?

Для самостоятельного решения

- ПД1. Какое наибольшее трёхзначное число делится на 25?
- ПД2. Найдите 69-е четырёхзначное число, кратное 15.
- ПДЗ. Какая самая маленькая сумма цифр может быть у числа
- **а)** кратного 4; **б)** кратного 120?
- ПД4. Могут ли в 6-значном числе кратном 7 все цифры быть разными?
- **ПД5.** В слове ПОРТУГАЛИЯ заменили буквы на цифры, причем разные буквы заменяли на разные цифры. Могло ли получиться простое число?
- **ПД6.** Назовем число *дельным*, если оно делится на сумму своих цифр. Будем искать группы из последовательных дельных чисел, например, 20 и 21.
- а) Найдите пример группы из трёх последовательных трёхзначных дельных чисел.
- 6) Найдите пример четвёрки последовательных дельных лет нашего тысячелетия.
- **ПД7. а)** Записали 100 последовательных трёхзначных чисел. Обязательно ли среди них чисел, кратных 8 больше, чем чисел, кратных 9?
- **б)** Записали 1222 последовательных четырёхзначных числа. Обязательно ли среди них чисел, кратных 24 больше, чем чисел, кратных 25?