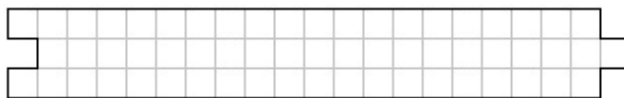


КОНСТРУКЦИИ С ПОВТОРАМИ

Лучше 40 раз по разу, чем ни разу 40 раз.

Совет. Большие конструкции легче строить из одинаковых деталей. Полезно заранее подсчитать число деталей и их размер.

1. Разрежьте фигуру на рисунке на 10 равных частей.



Обсуждение. Какие детали считать равными? Должно быть всё одинаково: и размеры, и форма. Как проверить? Наложить одну на другую, чтобы все совпало.

2. Представьте число 81 как сумму 36 натуральных слагаемых так, чтобы у всех слагаемых была одинаковая сумма цифр.

Обсуждение. На равные не получится. Какие есть неравные, но с равными суммами цифр?

Выбрали пару чисел с равными суммами. Как подобрать количество тех и других? Как определить, что пара не подходит. Как найти все возможные пары?

Совет. Когда есть выбор, делайте как можно больше деталей одинаковыми.

Когда нельзя сделать равными все детали, попробуйте использовать детали двух сортов. Часто удаётся сделать равными почти все детали.

3. Как составить квадрат из 64 тетрамино в виде буквы "Т" (см. рис.)?



Вопрос. Из каких одинаковых фигур удобно строить квадрат?

Совет. Объединяйте детали в удобные блоки, из которых легче строить пример.

4. а) Есть 50 гирек, которые весят 1 г, 2 г, 3 г, ..., 50 г. Можно ли разложить их на пять кучек одинакового веса по 10 гирь в каждой?

б) А на две кучки одинакового веса по 25 гирь в каждой?

Совет. Даже если детали не одинаковы, их удобно объединять в одинаковые блоки.

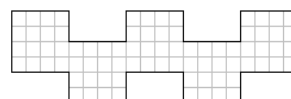
5. Все клетки доски 2×31 заполнены крестиками и ноликами. У каждого крестика ровно один сосед крестик, а у каждого нолика ровно два соседа нолика. Приведите пример такого заполнения клеток. (Соседними считаются знаки в клетках с общей стороной)

Обсуждение. Какие блоки здесь удобно использовать? Доски какого размера вида $2 \times N$ из них можно построить? Можно ли чуть-чуть достроить доску до нужного размера?

Совет. Повторение одинаковых блоков полезно для построения основного тела конструкции, но части на краях могут отличаться, тогда их надо достраивать особо.

Зачетные задачи

По1. а) Приведите пример, как фигуру на рисунке разрезать по границам клеток на 15 прямоугольников одинакового периметра.



б*) Можно ли эту фигуру разрезать на 13 прямоугольников одинакового периметра?

По2. а) Представьте 100 как сумму 12 целых чисел так, чтобы самое большое слагаемое отличалось от самого маленького на 1.

б) Можно ли клетчатый прямоугольник 5×20 разрезать по границам клеток на 12 прямоугольников так, чтобы самая большая площадь части отличалась от самой маленькой на 1?

По3. Расставьте 36 королей на шахматной доске 8×8 так, чтобы каждый бил ровно трёх других. (Короли бьют на 1 клетку по вертикали, горизонтали и диагонали).

По4. В строку записали числа так, что первое число равно 2, последнее – 10, а сумма любой тройки подряд идущих чисел равна 20. Может ли в строке быть

а) ровно 10 чисел; б) ровно 20 чисел?

По5. а) Можно ли поставить в ряд 100 детей так, чтобы у каждой девочки был сосед-мальчик, а соседка-девочка была ровно у половины мальчиков?

б) В ряд стоят 100 детей. У каждой девочки есть сосед мальчик. Обязательно ли мальчиков больше 33?

По6. Запишите по кругу более 25 натуральных чисел так, чтобы каждое число делило сумму своих соседей и общая сумма чисел была ровно в 2,5 раза больше количества чисел в круге.